

REVUE ECONOMIQUE ET MONETAIRE

N° 25 - Juin 2019



BCEAO
BANQUE CENTRALE DES ETATS
DE L'AFRIQUE DE L'OUEST



BCEAO

BANQUE CENTRALE DES ETATS
DE L'AFRIQUE DE L'OUEST

Siège - Avenue Abdoulaye FADIGA
BP : 3108 - DAKAR (Sénégal)
Tél. : +221 33 839 05 00
Télécopie : +221 33 823 93 35
Site internet : <http://www.bceao.int>

Directeur de Publication
Patrick KODJO

*Directeur des Etudes
et de la Recherche*

*Emails : courrier.zder@bceao.int
rem@bceao.int*

Impression :
Imprimerie de la BCEAO
BP : 3108 - DAKAR

REVUE ECONOMIQUE ET MONETAIRE

N° 25 – juin 2019



Les opinions exprimées dans cette revue sont publiées sous la responsabilité exclusive de leurs auteurs et ne constituent, en aucun cas, la position officielle de la Banque Centrale des Etats de l'Afrique de l'Ouest (BCEAO).

La reproduction intégrale ou partielle des articles ne peut être faite qu'avec l'autorisation préalable des auteurs. Les demandes sont adressées à la BCEAO à qui une copie du document contenant les articles reproduits sera remise.

Toutefois, sont autorisées les reproductions destinées à un usage strictement personnel et privé ou les analyses et courtes citations justifiées par le caractère scientifique ou d'information de l'œuvre dans laquelle elles sont incorporées, à condition d'en mentionner la source.

LISTE DES MEMBRES DES ORGANES DE LA REVUE ECONOMIQUE ET MONETAIRE

La REM est dotée d'organes conformes aux standards internationaux, à savoir un Secrétariat d'Edition, un Comité Editorial, un Comité Scientifique et un Directeur de Publication.

Le **Comité Editorial** est un organe interne à la Banque Centrale composé comme suit :

- le Directeur Général de l'Economie et de la Monnaie, Président ;
- le Directeur des Etudes et de la Recherche ;
- le Directeur des Statistiques ;
- le Directeur de la Conjoncture Economique et des Analyses Monétaires ;
- le Directeur de la Stabilité Financière ;
- le Directeur des Institutions de Crédit et du Financement des Economies ;
- le Directeur du Centre Ouest Africain de Formation et d'Etudes Bancaires.

Le **Comité Scientifique** regroupe des membres externes à la Banque Centrale, en l'occurrence des universitaires et des chercheurs de renom, reconnus pour leur expertise dans le domaine des sciences économiques et de la monnaie. Il est composé comme suit :

- Professeur Adama DIAW, Université Gaston Berger de Saint-Louis (Sénégal), membre ;
- Professeur Mama OUATTARA, Université Félix Houphouët Boigny (Côte d'Ivoire), membre ;
- Professeur Idrissa OUEDRAOGO, Université de Ouaga II (Burkina Faso), membre ;
- Professeur Nasser Ary TANIMOUNE, Université d'Ottawa (Canada), membre ;
- Professeur Charlemagne Babatoundé IGUE, Université d'Abomey-Calavi (Bénin), membre ;
- Professeur Yaya SISSOKO, Indiana University of Pennsylvania (Etats-Unis d'Amérique), membre ;
- Professeur Ahmadou Aly MBAYE, Université Cheikh Anta DIOP de Dakar (Sénégal), membre ;
- Professeur Issouf SOUMARE, Université Laval (Canada), membre ;
- Professeur Akoété Ega AGBODJI, Université de Lomé (Togo), membre ;
- Professeur Michel NORMANDIN, HEC Montréal (Canada), membre ;
- Professeur Jean-Paul POLLIN, Université d'Orléans (France), membre ;
- Professeur Georges KOBBOU, Université de Yaoundé II (Cameroun), membre ;

Le **Secrétariat d'Edition** est assuré par la Direction des Etudes et de la Recherche de la BCEAO.

Le **Directeur de Publication** de la Revue Economique et Monétaire (REM) est le Directeur des Etudes et de la Recherche.

SOMMAIRE

AVANT-PROPOS	7
Risques et choix publics en Afrique de l'Ouest	9
Modélisation et prévision de la courbe des taux zéro-coupon pour le développement de la zone UEMOA	32

AVANT-PROPOS

La Revue Economique et Monétaire (REM) est une revue scientifique éditée et publiée par la Banque Centrale des Etats de l'Afrique de l'Ouest (BCEAO), dans le cadre de ses actions destinées à promouvoir la recherche au sein de l'Institut d'émission et dans les Etats membres de l'Union Economique et Monétaire Ouest Africaine (UEMOA). Cette revue a pour vocation de constituer un support de référence pour les publications des universitaires et chercheurs de l'UEMOA, mais aussi pour les travaux de recherche qui s'intéressent aux économies en développement en général et à celles de l'Union en particulier.

Ce vingt-cinquième numéro de la Revue comprend deux (2) articles dont le premier est intitulé « Risques et choix publics en Afrique de l'Ouest » et le second « Modélisation et prévision de la courbe des taux zéro coupon pour le développement de la zone UEMOA ».

Le premier article évalue les incidences des risques sociopolitiques ou économiques sur l'activité économique au sein de la Communauté Economique des Etats de l'Afrique de l'Ouest (CEDEAO). Pour ce faire, les auteurs combinent les modèles logit à effets aléatoires et Vectoriel AutoRegressif (VAR) en panel pour déterminer les origines des risques et leurs incidences sur l'activité économique au sein de la Communauté. Les résultats révèlent que la probabilité de survenance du risque économique est positivement liée au risque sociopolitique et à l'inflation. En outre, l'austérité budgétaire réduit la probabilité du risque économique mais augmente celle du risque sociopolitique. Sur la base de ces résultats, les auteurs suggèrent la nécessité d'identifier le seuil optimal d'austérité budgétaire pouvant déclencher les risques sociopolitiques dans les pays membres de la CEDEAO. En outre, les Autorités de la Communauté devraient accorder une importance à la maîtrise de l'inflation, car elle accroît indirectement la probabilité de survenance du risque sociopolitique, via son influence sur le risque économique.

Le second article se propose de construire une courbe des taux zéro coupon qui pourrait servir de référence dans l'Union Economique et Monétaire Ouest Africaine (UEMOA). Dans ce contexte, l'auteur applique différents modèles paramétriques de construction d'une courbe des taux sans risque, notamment les modèles de Nelson et Siegel (1987), Svensson (1994) et Björk et Christensen (1994) au cas de l'UEMOA. En outre, en s'appuyant sur une analyse comparative, l'auteur propose le modèle de Svensson (1994) pour la zone UEMOA à une date de cotation, car il présente la meilleure estimation. Toutefois, s'agissant de la réalisation des prévisions de la courbe des taux zéro coupon de référence, l'auteur indique que la version dynamique du modèle de Nelson et Siegel (1987) est plus adaptée, en raison du fait qu'elle fournit des courbes des taux robustes et stables dans le futur.

Au total, ce vingt-cinquième numéro de la REM permet d'aborder à la fois les questions relatives aux risques sociopolitiques ou économiques au sein de la CEDEAO et celles liées à la construction d'une courbe des taux zéro coupon de référence dans la zone UEMOA.

Risques et Choix Publics en Afrique de l'OuestChérif Sidy KANE¹ et Thierno THIOUNE²**Résumé**

A partir d'une combinaison de modèles, logit à effets aléatoires et VAR en panel, ce papier évalue les probabilités de survenance des risques (sociopolitiques et économiques) et leurs interactions avec les choix publics au sein de la Communauté Economique des Etats de l'Afrique de l'Ouest (CEDEAO). Les résultats révèlent, d'une part, que la probabilité de survenance des risques économiques est positivement liée aux risques sociopolitiques et à l'inflation et, d'autre part, l'austérité budgétaire réduit la probabilité du risque économique mais augmente celle du risque sociopolitique, d'où la nécessité d'identifier le seuil optimal d'austérité budgétaire pouvant déclencher les risques sociopolitiques.

INFORMATIONS SUR L'ARTICLE

Historique de l'article : Soumis le 5 août 2018.

Reçu en première version révisée: le 1^{er} avril 2019.

Reçu en deuxième version révisée: le 19 avril 2019.

Accepté le 6 mai 2019.

Classification JEL : C33, C51, O55.

Mots clés : Logit à effets aléatoires, VAR en panel, risques sociopolitiques et économiques, choix publics, CEDEAO.

Abstract

From a combination of models, logit with random effects and VAR in panel, this paper assesses the probabilities of occurrence of risks (socio-political and economic) and their interactions with the public choices in the Economic Community of the States of the West Africa (ECOWAS). The results reveal, on the one hand, that the probability of occurrence of economic risks is positively related to sociopolitical risks and inflation and, on the other hand, fiscal austerity reduces the probability of economic risk but increases that socio-political risk, hence the need to identify the optimal threshold of fiscal austerity that can trigger socio-political risks.

ARTICLE INFORMATIONS

Article history: Submitted August 5, 2018.

Received in first revised form April 1, 2019.

Received in second revised form April 19, 2019.

Accepted: May 6, 2019.

JEL Classification: C33, C51, O55.

Keywords: Logit random effects model, panel VAR, sociopolitical and economic risks, public choices, Ecowas.

¹ Agrégé des Facultés de Sciences Economiques / cherifsidy@yahoo.fr / cherifsidy.kane@ucad.edu.sn.

² Docteur en Sciences Economiques / thiernothioune@yahoo.fr / thierno.thioune@ucad.edu.sn.

Laboratoire d'Analyse, de Recherche et d'Etude du Développement (LARED)/FASEG - UCAD.

I. INTRODUCTION

La récurrence des événements imprévisibles (chocs climatiques, terrorisme, épidémies, etc.) a conduit les chercheurs à placer la question de leur anticipation au cœur des débats économiques (Shacke, 1952 ; Gollier et al, 2011). En effet, depuis quelques années, nous assistons au développement des techniques d'anticipation et de prévention des événements imprévisibles dans les choix publics (Beck, 2002).

Du point de vue théorique, l'analyse du risque dans les décisions économiques a marqué différents auteurs, notamment Knight (1921) qui considère que le risque est probabilisable alors que l'incertitude est non probabilisable (vision keynésienne). Cette distinction a été remise en cause par Neumann et Morgenstern (1947) qui estiment que les agents économiques sont toujours capables d'associer une probabilité subjective aux différentes situations entre lesquelles ils doivent choisir. Les néoclassiques (Barro, 1991 ; Aradau et van Munster, 2007 ; Dillon et Lobo-Guerrero, 2008) assimilent l'incertitude à la notion du risque qui consiste en la prise en compte d'une exposition à un danger, un préjudice ou un événement dommageable, inhérent à une situation ou une activité à travers des probabilités (Cohen, 1999).

Le risque peut donc être d'ordre sociopolitique (rébellion, guerre, corruption), économique (endettement élevé, récession, inflation) ou environnemental (chocs climatiques). En rapport avec les choix publics, la gestion du risque repose sur la mise en place d'un système de surveillance et de collecte systématique de données pour déclencher les alertes. L'État et les collectivités territoriales, chargés d'assurer la sécurité de la population, ont pour objectif de gérer les crises et autant que possible de les prévenir grâce à des structures de veille, d'expertise et d'évaluation des risques. Cependant, face aux multiples risques et la forte demande des citoyens, l'Etat se trouve parfois impuissant pour renverser la tendance (Manyena, 2006). Cette faiblesse de l'Etat, dans un environnement économique et financier où les événements sont souvent imprévisibles, entraîne des conséquences négatives qui affectent tout le système, on parle alors de risque systémique (Lepetit, 2010).

L'incertitude conduit les agents économiques à prendre des décisions dont les conséquences ne sont pas parfaitement connues à l'avance. Dès lors, la formalisation des décisions publiques en environnement incertain devient nécessaire pour l'efficacité des politiques économiques. La gestion du risque, en rapport avec les choix publics, se fonde sur deux principes : la prévention qui consiste à anticiper et à prendre des mesures pour éviter ou réduire un risque, et la précaution qui est une attitude ou une action face à un risque potentiel mais incertain. La complexité de ces deux principes reste une question d'actualité car une mauvaise prévention des risques peut entraîner de lourdes conséquences sur les choix publics (Aradau et van Munster, 2007).

Au plan empirique, des travaux (Guillaumont et al, 1999 ; Beck et al, 2001) se sont intéressés à l'évaluation des risques qui gangrènent la société et leurs impacts sur la performance des décisions publiques. Certains auteurs se fondent sur une analyse en composante principale pour quantifier le risque, alors que d'autres se basent sur l'observation des faits pour attribuer des poids aux variables déterminant les risques (Venerie et Gupta, 1992 ; Kaufmann et al., 2002 ; Kane et Diop, 2012). Ces deux approches restent limitées car elles reposent sur une quantification hasardeuse d'événements discontinus. Par ailleurs, Alisena et al (1992) et Azam et al (1996) privilégient une démarche probabiliste pour capter l'incertitude keynésienne et estimer les risques avant de mettre en évidence leurs impacts sur l'efficacité des indicateurs économiques.

Ainsi, au regard de ces débats sur l'influence du risque dans les choix publics, il s'avère nécessaire d'orienter la réflexion dans la Communauté Economique des Etats de l'Afrique de l'Ouest (CEDEAO) pour au moins deux raisons : d'abord, le continent africain est instable, il a été victime de 35 guerres entre 1970 et 2002 (Hugon, 2003) et la plupart des pays de la CEDEAO sont secoués par des risques (insécurité alimentaire, terrorisme, inflation, aléas climatiques...etc.) qui inhibent l'efficacité des politiques économiques³. Ensuite, cette zone abrite deux groupes islamiques (Aqmi et Boko Haram) considérés parmi les plus actifs au monde.

L'objectif général de ce papier est de mettre en évidence l'interaction entre le risque et les choix publics en identifiant d'abord, les déterminants des risques économiques et sociopolitiques avant d'évaluer leurs impacts sur certaines décisions publiques. Au plan méthodologique, nous évaluons d'abord les probabilités de survenance des risques, à l'aide d'un modèle logit à effets aléatoires, avant d'estimer leurs influences sur certains indicateurs clés de l'activité économique, à partir d'un VAR en panel. La méthode GMM, avec l'option robuste, permet de résoudre les problèmes de multicolinéarité, d'endogénéité et d'hétéroscédasticité.

Il sera donc question dans ce papier de présenter d'abord la revue sur le lien entre le risque et l'activité économique (I), ensuite d'exposer la méthodologie (II) et enfin procéder à une interprétation des résultats (III).

I – REVUE DE LA LITTERATURE

1.1- *Théories des choix publics et du risque*

Les partisans de l'école des choix publics (Tullock et Buchanan, 1962) ont mis l'accent sur l'intérêt que le gouvernement accorde à la gestion des biens collectifs tout en cherchant à maximiser sa chance d'être réélu au pouvoir. La théorie des choix publics s'intéresse à la manière dont les décideurs publics s'organisent pour atteindre les objectifs fixés tout en prenant en compte les réactions des individus aux politiques du gouvernement. Cependant, l'atteinte de ces objectifs est confrontée à d'importantes fluctuations souvent incontrôlables, ce qui expose les décideurs à toute sorte de risques pouvant influencer les plans directeurs de développement.

Le concept de risque reste complexe, et il varie selon les auteurs et le domaine concerné (Head, 1967 ; Kaplan et Garrick, 1981 ; Wood, 1964). Selon Bernard et al. (2002), le risque traduit la probabilité d'occurrence d'un événement et son impact sur une entité, l'impact pouvant être financier, environnemental, physique, sanitaire, etc. Ainsi, le risque est mesuré par la probabilité et l'ampleur de l'impact de l'évènement.

D'une manière générale, deux types de risque sont identifiés : sociopolitiques et économiques. Les risques sociopolitiques constituent une variante du risque-pays défini comme le risque d'occurrence d'un sinistre résultant du contexte financier, économique et politique d'un Etat étranger, dans lequel une entreprise effectue une partie de ses activités. Le risque sociopolitique est caractérisé par les grèves, la guerre civile, l'environnement géopolitique, les conflits, le terrorisme, etc (Wood, 1964 ; Kaplan et Garrick, 1981 ; Kane et Diop, 2012 et Azam et al. 1996). Les risques économiques peuvent être définis comme un état pour lequel il y'a une possibilité d'une variation adverse par rapport à un objectif attendu ou souhaité d'une organisation (Bernard

³ Selon les données de la Stratégie Internationale des Nations Unies pour la Réduction des Risques de Catastrophes (UNISDR), les aléas climatiques comme la sécheresse et les inondations ont affecté plus de 34 millions d'africains en 2012 et ont entraîné des pertes économiques supérieures à 1,3 milliards de dollars entre 2011 et 2012.

et al., 2002). Le risque économique d'une organisation est lié aux variations de ses revenus, de ses coûts ou de sa production, suite aux fluctuations des marchés et à l'environnement réglementaire.

1.2- Anticipation, prévention et précaution dans la gestion des risques

Les économistes (Cohen et Tallon, 1999 ; Friedman, 1957 ; Muth, 1961 ; Lucas, 1972 et Barro, 1974) attribuent plusieurs sens au concept d'anticipation. Au sens économique, l'anticipation est la prévision des sujets économiques quant à l'évolution future d'une variable (inflation, revenu, taux d'intérêt, etc.). On distingue plusieurs types d'anticipation, à savoir les anticipations extrapolative, adaptative, auto-réalisatrice, autorégressive et rationnelle. Dans la théorie de la gestion des risques, l'anticipation permet de prendre de l'avance sur les risques présentant des signaux faibles.

La prévention des risques majeurs regroupe l'ensemble des dispositions à mettre en œuvre pour réduire l'impact d'un phénomène naturel ou anthropique prévisible sur les personnes et les biens. Elle s'inscrit dans une logique de développement durable, puisqu'à la différence de la réparation post-crise, la prévention tente de réduire les conséquences socio-économiques d'un développement imprudent.

Quant à la précaution, elle est définie comme l'obligation faite aux autorités publiques de mettre en œuvre des procédures d'évaluation des risques et d'adopter des mesures provisoires et proportionnées afin de parer à la réalisation d'un dommage. Si ce dernier est incertain en l'état des connaissances scientifiques, il pourrait affecter de manière grave et irréversible l'environnement (Moatti et al. 2004). La procédure d'évaluation constitue l'étape d'hierarchisation des risques, elle vise à planifier les actions prioritaires dans les choix publics.

1.3- Théories des possibilités et probabilités dans un environnement incertain

Zadeh (1965) introduit la notion de sous-ensemble flou, «*fuzzy set*», pour prendre en compte l'imprécision. C'est l'extension de la théorie des ensembles classiques. Plus tard, en 1978, cet auteur développe le concept de la théorie des possibilités qui traite non seulement de l'imprécision mais aussi de l'incertitude dans des connaissances humaines tout en s'inscrivant dans la même logique que la vision Keynésienne et Shackle (1952, 1953). Pendant que les probabilités subjectives consistent à ramener l'incertitude au risque, la théorie des possibilités va plus loin en modélisant le vague comme un aspect de l'incertitude totalement distinct du risque.

La théorie de Dempster-Shafer (1992) propose une unification des probabilités et des possibilités que les probabilités imprécises généralisent. C'est une formalisation des incertitudes de nature non probabiliste sur des événements. De plus, elle exprime dans quelle mesure la réalisation d'un événement est possible et dans quelle mesure on en est certain, sans toutefois avoir à sa disposition l'évaluation de la probabilité de cette réalisation. De ce fait, la théorie des possibilités diffère de la théorie des probabilités, surtout par le fait qu'il est possible de distinguer l'incertitude de l'imprécision, ce qui n'est pas le cas avec des probabilités. Pour Bouchon-Meunier (2007), les mesures de possibilité peuvent être placées dans le cadre d'une théorie plus générale sur les fonctions de croyance, qui a l'intérêt de les situer par rapport aux probabilités. Selon cette dernière, les théories des possibilités et des probabilités découlent de la théorie de l'évidence.

En somme, les probabilités modélisent le risque ou le hasard tandis que les possibilités modélisent l'imprécis, le flou ou le degré de surprise potentiel. La théorie de Dempster-Shafer (Théorie de l'évidence) modélise la croyance et la plausibilité. Tous ces modèles peuvent traduire des cas particuliers de probabilités imprécises.

1.4- Influence du risque dans les performances économiques

La plupart des travaux sur les risques dans les choix publics ont montré l'existence d'une relation négative entre les risques sociopolitiques et l'efficacité des grandeurs macroéconomiques. En effet, l'instabilité politique compromet la politique économique, freine l'investissement et la croissance économique. A ce titre, Carbonnier (2002) souligne que les coups d'Etat, les grèves répétitives et les troubles sociaux sont positivement corrélés aux mesures économiques restrictives et à l'inflation. Dans la même logique, Barro (1991) révèle que le gouvernement influence la probabilité d'éruption de violences politiques et affecte donc la croissance économique.

Selon Alesina et al. (1994), la nature du régime politique peut également influencer la performance économique indépendamment de son instabilité. Dans la même logique, Arcand et al. (2000) réalisent que l'instabilité politique crée une pression sur les finances publiques en raison de l'accroissement des dépenses de sécurité (dépenses destinées à récompenser les soutiens ou à apaiser les oppositions). Dans le cas extrême d'instabilité sociopolitique, comme les guerres civiles, apparaît une baisse de la production et par conséquent, une détérioration des indicateurs macroéconomiques (Fosu, 1992).

Dans le domaine de l'agriculture, les risques sont souvent imprévisibles. En effet, la fluctuation de la production imputable aux variations climatiques, confrontée à une demande alimentaire inélastique conduit à une volatilité des prix. Cette dernière favorise des risques de nature systémique et des risques caractérisés par de faibles fréquences mais susceptibles de causer des dégâts importants.

Par ailleurs, l'instabilité macroéconomique peut affecter la sécurité alimentaire, car elle présente un coût non négligeable pour l'économie. En effet, dans une société prospère où l'économie est stable, les conflits liés à la redistribution sont neutralisés tandis qu'ils sont fréquents dans les sociétés qui enregistrent un développement précaire (Lipset, 1959). Ainsi, un niveau élevé de risque économique peut ralentir les investissements et encourager la fuite de cerveaux (Dixit et Pindick, 1994), ce qui confirme l'existence d'une relation négative entre la croissance économique et le risque d'instabilité politique (Abessolo, 2004).

1.5- Evidences empiriques sur les risques économiques et sociopolitiques

La violence politique a souvent été la seule possibilité d'action dont disposent les populations pour exprimer leurs revendications et influencer les choix de politiques économiques dans les pays africains (Azam, 1995, Morrisson et al., 1995). Les décisions de politique d'ajustement engendrent des risques d'instabilité politique (Morrisson, Lafay et Dessus, 1993), ce qui justifie l'importance des réactions sociopolitiques dans la définition des programmes de stabilisation économique en Afrique (Azam, Berthelemy et Calipel, 1996). En utilisant un panel de pays africains, Kaufmann et al. (2002) ont montré que les pays qui enregistrent des rendements élevés à l'investissement avec des taux de croissance plus rapides sont moins exposés aux risques d'instabilité politique.

Ainsi, à partir d'une Analyse en Composante Principale (ACP) qui se fonde sur des informations politiques, économiques et sociales, Kane et Diop (2012) ont élaboré une fonction de risque pour étudier le lien entre le risque sociopolitique et les flux d'Investissement Direct Etranger (IDE) en Afrique de l'Ouest. Leurs travaux révèlent qu'une amélioration des indices liés à la « stabilité politique et absence de violence » et de « l'état de droit » agit positivement sur la dynamique des IDE. Par contre, l'amélioration de l'indice de la « liberté d'expression et de responsabilité » a un effet négatif sur la dynamique des IDE. Dans la même logique mais avec une approche fondée sur un modèle probit en panel, Fosu (1992) met en évidence l'influence de l'instabilité politique sur la performance économique dans 31 pays africains. Il trouve que la probabilité du risque politique a un effet négatif et significatif sur l'investissement et la croissance économique à cause d'une détérioration progressive de la qualité des facteurs de production et surtout de la fuite du capital humain.

Arcand, Guillaumont P. et Guillaumont J. (2000) ont estimé un panel dynamique avec la méthode GMM pour des pays d'Afrique Subsaharienne. Ils trouvent que l'instabilité politique crée une pression sur les finances publiques en raison de l'accroissement des dépenses de sécurité, des dépenses destinées à récompenser les soutiens ou à apaiser les oppositions. Elle freine les réformes structurelles par crainte du comportement de ceux qui perdent leur situation de rente. Elle engendre auprès des investisseurs potentiels une perception défavorable quant à la capacité du pays à mener une politique économique dans un cadre stable garantissant les droits de propriété. Quant à Alesina et Perrotti (1996), ils ont analysé la relation entre l'instabilité politique et la croissance économique dans 113 pays sur la période 1950 à 1982. Leurs résultats révèlent que le taux de croissance de l'économie tend à être assez faible sur les périodes où le gouvernement traverse des périodes de trouble.

Plusieurs travaux montrent que la guerre civile entraîne une diminution de la production nationale, une destruction des infrastructures physiques mais également détourne les ressources vers des secteurs non productifs comme les dépenses militaires. Elle provoque aussi chez les ménages une perte de leur patrimoine, voire la destruction et la transformation du capital social (Colletta et Cullen 2000, Collier et al. 2003). La prise en compte du risque dans l'analyse macroéconomique a permis aussi de découvrir un lien entre la stabilité du pouvoir politique et la rente pétrolière. En effet, selon Ombga (2007), l'instabilité politique, mesurée par la durée d'un régime au pouvoir, a un effet négatif sur le flux d'investissement de portefeuille en destination de certains pays africains. En plus, la mauvaise répartition de la richesse est un facteur générateur de risque économique. En effet, selon Alesina et Rodrik (1994), l'inégalité des richesses ralentit la croissance, en provoquant des mesures de redistribution des revenus qui imposent des distorsions sur l'économie.

Tous ces travaux empiriques montrent que les risques économiques et sociopolitiques empêchent l'accumulation de capital physique et modifient également son efficacité en réduisant l'impact des investissements sur la croissance.

II - METHODOLOGIE D'EVALUATION DU LIEN ENTRE RISQUES ET CHOIX PUBLICS

2.1- *Présentation du modèle théorique*

Les théories de la croissance endogène mettent l'accent sur les infrastructures, les dépenses publiques et le capital humain dans le processus de croissance économique des pays (Romer, 1989 ; Lucas, 1972 ; Barro, 1990 ; Rajhi, 1996 ; Tanzi et Zee, 1997 et Agenor, 2000). Ainsi, nous partons du modèle de Mankiw (2000) qui intègre les facteurs institutionnels et les

dépenses publiques. La main-d'œuvre croît au taux exogène (n), la productivité marginale des facteurs et les rendements d'échelle sont décroissants :

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^\beta G_t^\gamma$$

Y = PIB par tête ; A = Progrès technique ; K = Capital physique ; L = Main d'œuvre

G = Dépenses publiques ; t = Temps ; ($0 < \alpha ; \beta ; \gamma < 1$)

α, β et γ sont des paramètres sur lesquels nous n'imposons aucune restriction en dehors de celle mentionnée ci-haut.

Ainsi, sous forme linéaire, rapporté à la population (N_t), le modèle devient :

$$\text{Log} \left(\frac{Y_t}{N_t} \right) = \log(A_t) + \alpha \log K_t + \log \left(\frac{L_t^\beta}{N_t} \right) + \gamma \log G_t \text{ en posant } N_t = \delta L_t$$

$$y_t = a_t + \alpha k_t + (\beta - 1)n_t + \gamma g_t - \log \delta \quad (1)$$

Avec $y_t = \log \left(\frac{Y_t}{N_t} \right)$, $k_t = \log K_t$, $n_t = \log L_t$, $a_t = \log A_t$, $g_t = \log G_t$

2.2- Exposé du modèle empirique

Le résidu de solow implique des facteurs économiques et extra-économiques (Alisena et al, 1992 ; Bassanini, 2001 ; Kaufmann, 2002), ce qui nous conduit à intégrer dans le progrès technique les investissements directs étrangers, les risques économiques anticipés, la gestion budgétaire et les risques sociopolitiques.

$$a_t = f(X_{jt}) = \sum_{j=1}^k \rho_j X_{jt}$$

où X_{jt} représente les facteurs autres que l'emploi, l'investissement et les dépenses publiques.

En panel, l'équation (1) devient :

$$Y_{it} = \sum_{j=1}^k \rho_j X_{jit} + \alpha k_{it} \phi n_{it} + \gamma g_{it} \quad (2)$$

(k) : nombre de variables, (i) et (t) les dimensions individuelles et temporelles

A partir de l'équation (2), nous mettons en exergue, le risque économique et le risque sociopolitique à travers deux modèles.

Modèle 1 : Prise en compte du risque économique

$$\text{lrev}_{it} = \alpha \text{linv}_{it} + \phi \text{lemploi}_{it} + \rho \text{ldep}_{it} + \lambda_1 \text{ide}_{it} + \lambda_2 \text{ecolrev}_{it-1} + \lambda_3 \text{ecoldep}_{it-1} + \lambda_4 \text{ecolinv}_{it-1} + \lambda_5 \text{ecoide}_{it-1} + \lambda_6 \text{risqeco}_{it} + \lambda_7 \text{ecomacro}_{it} + \lambda_8 \text{probrisqeco}_{it} + \lambda_9 \text{sante}_{it} + \lambda_{10} \text{ecohuemoa}_{it} + \varepsilon_{it} \quad (3)$$

Modèle 2 : Prise en compte du risque sociopolitique

$$\text{lrev}_{it} = \alpha' \text{linv}_{it} + \phi' \text{lemploi}_{it} + \rho' \text{ldep}_{it} + \lambda'_1 \text{ide}_{it} + \lambda'_2 \text{soclrev}_{it-1} + \lambda'_3 \text{socldep}_{it-1} + \lambda'_4 \text{soclinv}_{it-1} + \lambda'_5 \text{risqsocio}_{it} + \lambda'_6 \text{socmacro}_{it} + \lambda'_7 \text{probrisqsocio}_{it} + \lambda'_8 \text{sante}_{it} + \lambda'_9 \text{sochuemoa}_{it} + \varepsilon'_{it} \quad (4)$$

où ε_{it} et ε'_{it} représentent les termes d'erreurs

lrev_{it}: est le revenu national par habitant. Les institutions internationales privilégient cette variable pour se prononcer sur l'état du bien-être de la population même si les dépenses de consommation paraissent plus pertinentes en raison de leur stabilité ("l'effet cliquet").

linv_{it}: est l'investissement en pourcentage du PIB nominal pris en logarithme, son accroissement devrait entraîner une hausse de la production et donc, le revenu national par tête ;

lemploi_{it}: est le niveau d'emploi pris en logarithme, il permet de simuler la croissance, donc le revenu (Boserup, 1996) ;

ide_{it}: représente les flux d'entrée nette d'investissements directs étrangers en % du PIB. C'est un indicateur d'attractivité et un facteur explicatif de la croissance.

ldep_{it}: Les dépenses publiques en pourcentage du PIB nominal est un instrument important pour guider l'économie sur le sentier de la croissance.

sante_{it}: Les dépenses sanitaires de l'Etat représentent une variable importante dans l'évaluation des choix publics, elles influencent positivement la croissance économique (Nubukpo, 2007).

inflation_{it}: L'inflation affecte négativement la compétitivité d'un pays et est susceptible de précipiter une crise économique, c'est donc un facteur candidat dans la probabilité de risque économique.

ecobudg_{it}: est une variable dummy créée, elle croise l'indicateur de la gestion budgétaire avec les probabilités élevées du risque économique et sociopolitique. On s'attend à ce qu'un assainissement budgétaire en période de risque impacte négativement le revenu par tête.

Il en est de même avec les variables ***ecomacro_{it}***; ***socmacro_{it}***; ***ecohuemoa_{it}*** et ***sochuemoa_{it}*** que l'on croise avec les variables de gestion macroéconomique et de l'indicateur de non appartenance à l'UEMOA, d'une part, et les probabilités élevées du risque économique et sociopolitique, d'autre part.

Pour les estimations économétriques, les données (2000-2014) proviennent de World Databank Indicator et de World Outlook of Economics.

a) Test de validation du modèle

Les tests de stationnarité de Hadri, LLC et Breitung montrent qu'à l'exception, de l'inflation et du taux de change (Tableau 3, annexes), toutes les variables sont intégrées d'ordre 1. Le test de Johansen entre les variables endogènes du modèle, à savoir le revenu par tête, l'investissement, les dépenses publiques, l'emploi et les IDE (Syed Zia, Abbas Rizvi, 2009, Kane et Diop, 2012) ne permet pas de rejeter l'hypothèse nulle d'absence de cointégration (Tableau 5, annexes), ce qui conduit à l'estimation d'un VAR en panel pour les 15 pays de la CEDEAO. Ce modèle n'impose pas de restrictions a priori sur l'exogénéité et l'endogénéité des variables. Il offre aussi l'avantage de saisir les interdépendances à la fois statiques et dynamiques. Les critères AIC, BIC et QIC (Kang H, 1989 ; Quinn B.G, 1980 et Deniau et al, 1992) ont fixé le nombre de retard optimal à 1 (Tableau 4, annexes).

Ainsi, le modèle final à estimer est spécifié comme suit :

$$\begin{cases} \Delta lrev_{it} = \Delta lrev_{it-1} + \Delta ldep_{it-1} + \Delta llinv_{it-1} + \Delta lide_{it-1} + \Delta lemploi_{it-1} + \sum_j \beta_j X_{jit} + \epsilon_{it1} \\ \Delta ldep_{it} = \Delta lrev_{it-1} + \Delta ldep_{it-1} + \Delta llinv_{it-1} + \Delta lide_{it-1} + \Delta lemploi_{it-1} + \sum_j \beta_j X_{jit} + \epsilon_{it2} \\ \Delta llinv_{it} = \Delta lrev_{it-1} + \Delta ldep_{it-1} + \Delta llinv_{it-1} + \Delta lide_{it-1} + \Delta lemploi_{it-1} + \sum_j \beta_j X_{jit} + \epsilon_{it3} \\ \Delta lide_{it} = \Delta lrev_{it-1} + \Delta ldep_{it-1} + \Delta llinv_{it-1} + \Delta lide_{it-1} + \Delta lemploi_{it-1} + \sum_j \beta_j X_{jit} + \epsilon_{it4} \\ \Delta lemploi_{it} = \Delta lrev_{it-1} + \Delta ldep_{it-1} + \Delta llinv_{it-1} + \Delta lide_{it-1} + \Delta lemploi_{it-1} + \sum_j \beta_j X_{jit} + \epsilon_{it5} \end{cases} \quad (5)$$

Δ : opérateur de différence première, X_{jit} : vecteur des variables explicatives :

$X_{jit} = (ecolrev_{it-1}; ecoldep_{it-1}; ecolinv_{it-1}; ecoide_{it-1}; risqeco_{it}; probrisqeco_{it}; sante_{it}; ecohuemoa_{it})$

pour le modèle prenant en compte les risques économiques

$X'_{jit} = (soclrev_{it-1}; socldep_{it-1}; soclinv_{it-1}; socmacro_{it}; probrisqsocio_{it}; sante_{it}; sochuemoa_{it})$ pour le modèle traitant des risques sociopolitiques.

β_j = vecteur des coefficients associés aux variables du vecteur X_{jit}

La validation du VAR repose sur le résultat du test de stabilité de Granger. Au regard de la figure 2 (annexes), le test ne permet pas de rejeter l'hypothèse nulle de stabilité du VAR, le modèle est donc robuste. Mais avant de l'estimer, il convient d'abord d'évaluer les probabilités de survenance des risques.

b) Estimation du risque sociopolitique et du risque économique

Pour déterminer la probabilité du risque sociopolitique (*probrisqsocio*), nous avons utilisé certaines variables mentionnées dans la littérature économique comme susceptibles d'entraîner l'instabilité politique (Aliséna et al. 1992 ; Kane et Diop, 2012). Ainsi, une variable dummy *risqsocio* est créée, prenant 1 lorsque le pays a connu un de ces évènements et 0 sinon. Les variables explicatives de la probabilité de survenance du risque sociopolitique sont le taux de chômage (*chomage*), les dépenses militaires (*depmili*), la gestion budgétaire (*gesbudget*), le taux d'emploi, le dummy *huemoa* qui prend 1 lorsque le pays n'appartient pas à l'UEMOA et 0 s'il appartient.

S'agissant du risque économique, le seuil à partir duquel la dette et l'inflation affectent négativement l'économie n'est pas établi. Nous retenons seulement qu'une forte augmentation de ces agrégats peut conduire un pays dans un risque d'ordre économique (Ambler, S. et Cardia, E., 1998; Minéa et Parent, 2012 ; Checheritac et Rotherp, 2010). La difficulté de la détermination du seuil est liée à l'hétérogénéité des pays (UEMOA et Hors UEMOA) : les pays hors UEMOA ont des niveaux d'inflation très élevés par rapport à ceux de l'UEMOA. Pour capter la probabilité de survenance d'un risque économique, une variable indicatrice a été créée, elle prend la valeur de 1 si la situation économique est assez critique et 0 sinon. Un risque économique se manifeste dans un pays si les conditions suivantes sont simultanément vérifiées au cours d'une année :

- un ratio dette publique/PIB supérieur au troisième quartile de la dette, c'est-à-dire si cette année fait partie des 25% des années d'endettement les plus élevées ;

- une inflation supérieure au troisième quartile de ses valeurs sur la période.

Le choix du troisième quartile permet de s'intéresser aux années à fort endettement d'un pays i quelconque pour la période d'étude. A ces conditions, s'ajoute l'apparition d'une crise économique

endogène ou exogène, mesurée par une variable latente à travers un modèle logit (Muguet, 2002) :

$$Risq = \begin{cases} 1 & \text{si } y_{it}^* = X_{it}\beta + \alpha_i + \epsilon_{it} > c \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

X_{it} : variables explicatives des probabilités de risque,

β : vecteur des coefficients des variables explicatives,

α_i : effets fixes individuels,

y_{it}^* : variable latente qui permet d'estimer la probabilité de survenance du risque,

ϵ_{it} : vecteur des résidus.

III- INTERPRETATION DES RESULTATS

Le test de Hausmann a permis d'identifier le modèle à effets aléatoires pour estimer les probabilités de risque.

3.1- Probabilités de risque économique et de risque sociopolitique

Le résumé des résultats (tableau 6) se présente comme suit :

- Estimation de la probabilité du risque économique (6)

$$risqeco_{it} = 0,096 inflation_{it} + 3,641 risqsocio_{it} - 3,195 \Delta gesbudget_{it} + 1,68 huemoa_{it} + \epsilon_{it}$$

- Estimation de la probabilité du risque sociopolitique (7)

$$risqsocio_{it} = 2,753 \Delta gesbudget_{it} + 3,580 risqeco_{it} + \epsilon'_{it}$$

Dans le premier modèle, les résultats révèlent que l'inflation, l'indicateur du risque sociopolitique, et la non appartenance à la zone UEMOA⁴ sont les variables qui augmentent la probabilité de survenance du risque économique. Par contre, la gestion budgétaire réduit la probabilité du risque économique.

Dans le second modèle, les risques économiques et la gestion budgétaire accroissent la probabilité de survenance du risque sociopolitique. En effet, lorsque le risque économique augmente, les Etats ont tendance à appliquer des mesures restrictives qui débouchent généralement sur des crises sociopolitiques.

Les résultats des estimations de l'impact des probabilités de risque sur les choix publics et les fonctions de réponses impulsionnelles sont consignés dans le tableau 7 et la figure 1 (annexes).

⁴ Ce résultat s'explique par le fait que ces pays ont un taux d'inflation très élevé par rapport aux pays de l'UEMOA.

3.2- Impact des probabilités de risque sur les choix publics

Les résultats économétriques montrent l'existence d'une interaction entre les risques et les agrégats macroéconomiques. Par rapport au risque économique, nous constatons l'existence d'une relation positive entre sa probabilité de survenance et les dépenses publiques, alors que cette relation est négative par rapport aux investissements directs étrangers et à l'emploi. L'enseignement tiré à ce niveau est que lorsque la probabilité de survenance du risque économique augmente, cela crée une situation d'incertitude dans le comportement des investisseurs qui préféreraient s'orienter dans les pays moins exposés au risque. Mais, paradoxalement, lorsque les pays sont touchés par le risque économique, cela accroît leurs entrées nettes d'IDE. En effet, suite à une crise économique, les pays ont tendance à mettre en place des politiques d'assainissement budgétaire et des cadres réglementaires afin de créer un environnement attractif des affaires. Dans un tel contexte, la survenance de risque économique est susceptible, dans une certaine mesure, d'attirer les investissements directs étrangers (IDE).

Un résultat important est que l'anticipation d'un risque économique à travers une politique budgétaire contra cyclique expansionniste favorise l'entrée des IDE dans le court terme. En effet, l'accroissement des dépenses publiques, lorsqu'un pays connaît une probabilité élevée du risque économique, augmente, de façon significative les entrées d'IDE et le revenu par tête au cours de la même année. Cependant, on assiste à un ralentissement des IDE et du revenu par tête de l'année suivante.

En plus, les politiques d'accroissement des investissements durant les périodes où la probabilité du risque est élevée favorisent les entrées d'IDE à l'année suivante. Ainsi, les efforts d'investissement enregistrés encouragent les fournisseurs à accompagner les Etats dans leur politique de soutien de la demande globale. Comme nous venons de le mentionner plus haut, une amélioration de la gestion macroéconomique dans un environnement où la survenance du risque est fort probable impacte négativement le taux de croissance des dépenses publiques et le taux d'investissement, nous assistons à des mesures restrictives. En ce qui concerne le risque sociopolitique, nous constatons que sa probabilité de survenance influence négativement les taux de croissance des investissements et de l'emploi, elle accroît les dépenses publiques.

3.3- Analyse des fonctions de réponses impulsionnelles

Les fonctions de réponses impulsionnelles (figure1, annexes) dégagent quelques conclusions :

- Un choc sur l'entrée des IDE affecte positivement sa valeur passée, stimule l'investissement, le revenu par tête et les dépenses publiques. Cependant, l'effet n'est ressenti que dans le court terme (deux périodes).
- Un choc sur l'emploi entraîne un effet positif sur sa valeur passée mais entraîne une hausse des dépenses publiques. S'agissant d'un choc sur l'investissement, l'effet est positif pour sa valeur du passé. Cependant, l'impact sur les dépenses est d'abord négatif dans le très court terme (une période) avant de retrouver l'équilibre. Les effets sur le revenu sont perceptibles après trois périodes.
- Un choc sur les dépenses publiques impacte positivement sa valeur du passé mais aussi l'investissement, le revenu par tête et l'emploi.

Conclusion

Les évènements imprévisibles (crises économiques, catastrophes naturelles, terrorisme etc.) qui influencent l'activité économique nous ont conduit à mettre en évidence l'anticipation des risques dans les choix publics. Il était donc question dans ce papier, d'estimer les probabilités de survenance des risques sociopolitiques et économiques, et mesurer leurs incidences sur certaines décisions économiques au sein de la CEDEAO.

Les résultats montrent que la probabilité de survenance des risques économiques est positivement liée aux risques sociopolitiques et à l'inflation. Par contre, une amélioration de la gestion budgétaire réduit la probabilité de survenance du risque économique qui est très faible pour les pays membres de l'UEMOA. En ce qui concerne les risques sociopolitiques, leur probabilité de survenance augmente avec les risques économiques et l'austérité budgétaire. L'intégration du risque dans les modèles de décisions publiques révèle qu'une augmentation des probabilités de risques économiques ou sociopolitiques impacte négativement les investissements directs étrangers, l'inflation, le niveau de l'emploi et donc la croissance économique. Il ressort de ce résultat, deux implications en termes de politiques économiques : Premièrement, les pays membres de la CEDEAO devraient accorder une attention particulière aux politiques budgétaires restrictives qui peuvent augmenter le risque sociopolitique bien qu'elles réduisent la probabilité du risque économique. Il devient alors nécessaire de déterminer le seuil optimal de politique d'austérité budgétaire pouvant déclencher le risque sociopolitique dans un pays. Deuxièmement, une importance doit être accordée à la maîtrise de l'inflation car elle accroît indirectement la probabilité de survenance d'un risque sociopolitique, d'autant plus qu'il existe une relation positive entre les probabilités du risque économique et sociopolitique.

Références

- Abessolo, Y. (2004). Instabilité politique et performances économiques : une évaluation du cas du Tchad, Communication au colloque premières journées du GRES, Bordeaux, septembre.
- Agenor, P.-R. (2000), L'économie de l'ajustement et de la croissance, Mimeo, Washington, Banque Mondiale, 2000, 848 p.
- Alesina, A. and D. Rodrik. (1994). Distributive politics and economic growth. *Quarterly Journal of Economics* 109, no. 2: 465-.
- Alesina, A., & Perotti, R. (1996). Income distribution, political instability, and investment, *in European economic review*, 40(6), 1203-1228.
- Ambler, S., & Cardia, E. (1998). Testing the link between inflation and growth. In Price Stability, Inflation Targets and Monetary Policy. Proceedings of a conference held by the Bank of Canada, May 1997 (pp. 89-116).
- Aradau, Claudia and van Munster, Rens (2007). Governing Terrorism through Risk: Taking Precautions, (Un) Knowing the Future. In: *European Journal of International Relations*, 13(1), pp. 89–115.
- Arcand, J. L., Guillaumont, P. & Guillaumont-Jeanneney, S. (2000). Are Policy Reform and Growth in Africa Sustainable ?, *in Centre d'études et de Recherches sur le Développement Internat.*
- Azam J.-P. (1994). Democracy and Development: A Theoretical Framework, *Public Choice*, 80, p. 293-305, 1994.
- Azam J.-P. (1995). How to Pay for the Peace? A Theoretical Framework with References to African Countries, *Public Choice*, 83, p. 173-184.
- Azam J.-P., Berthelemy J.-C., Calipel S. (1996). Risque politique et croissance en Afrique. *Revue économique*, 47, p. 819-829.
- Barro, R. J. (1974). Are government bonds net wealth?. *Journal of political economy*, 82(6), 1095-1117.
- Barro, R. (1990), "Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth", *Journal of Political Economy*, vol. 98, n° 5, octobre, p. 103-125.
- Barro R. (1991). Economic Growth in a Cross Section of Countries, *in Quarterly Journal of Economics*, 54, p. 407-444.
- Bassanini, A., S. Scarpetta et P. Hemmings (2001). Economic growth: the role of policies and institutions. Panel data evidence from OECD. *Documents de travail du Département des affaires économiques de l'OCDE*, no283.
- Beck, Thorsten, George Clarke, Alberto Groff, Phillip Keefer, and Patrick Walsh (2001). New Tools in Comparative Political Economy: The Database of Political Institutions. *World Bank Economic Review* 15(1):165-76.
- Bouchon-Meunier, B. (2007). Théorie des possibilités. Dans : Bernadette Bouchon-Meunier éd., *La logique floue* (pp. 41-59). Paris cedex 14, France: Presses Universitaires de France.
- Buchanan, J. M., & Tullock, G. (1962). *The calculus of consent* (Vol. 3). Ann Arbor: University of Michigan Press.

Carbonnier, G., (2002). The competing agendas of economic reform and peace process: a politico-economic model applied to Guatemala, *in World Development*, 30(8), 1323-1339.

Checheritac Et Rotherp (2010). The Impact of High and Growing Government Debt on Economic Growth : an Empirical Investigation for the Euro Area. *European Central Bank, Working Paper, n° 1237*

Cissé, B., Luchini, S., & Moatti, J. P. (2004). Recouvrement des coûts et demande de soins dans les PED. *Revue française d'économie*, 18(4), 111-149.

Cohen, M., & Tallon, J. M. (1999). Decision dans le risque et l'incertitude : l'apport des modèles non additifs. *University of Panthéon on-Sorbonne (Paris 1)*.

Colletta, N. J., & Cullen, M. L. (2000). *The nexus between violent conflict, social capital and social cohesion: Case studies from Cambodia and Rwanda. World Bank, Social Development Family, Environmentally and Socially Sustainable Development Network.*

Collier, P., Hoeffler, A., & Söderbom, M. (2008). Post-conflict risks, *in Journal of Peace Research* 2008, pp 461-478.

Dillon et Lobo-Guerrero (2008). Biopolitics of Security in the 21st Century: An Introduction, *Review of International Studies*, Vol. 34, No. 2 (Apr., 2008), pp. 265-292.

Dixit, A.K., Pindyck, R. (1994). *Investment under Uncertainty*, Princeton, Princeton University Press.

Deniau, C., Fiori, G., & Mathis, A. (1992). Sélection du nombre de retards dans un modèle VAR: conséquences éventuelles du choix des critères. *Économie & prévision*, 106(5), 61-

Fosu A.K. (1992). Political Instability and Economic Growth: Evidence from Sub-Saharan Africa, *in Economic Development and Structural Change*, 40, p. 829-842.

Friedman, M. (1957). *The permanent income hypothesis*. In A theory of the consumption function (pp. 20-37). Princeton University Press.

Gollier, C. (2011). Portfolio choices and asset prices: The comparative statics of ambiguity aversion, *The Review of Economic Studies*, 78, 4, 1329-1344.

Guillaumont P., Guillaumont S. and J-F.Brun (1999). How Instability Lowers African Growth, *in Journal of African Economies* 8(1), pp 87-107.

Head, R. V. (1967). *Management Information Systems-Critical Appraisal. Datamation*, 13(5), 22-27.

Hugon, P. (2003). *L'économie de l'Afrique*, Paris, La découverte, 123 p.

John Maynard Keynes (1921). *A treatise on probability*. McMillan, London. Unabridged republication, Dover Phoenix Edition, (2004) ISBN 0-486-49580-9.

Kane, C. S., & Diop, A. N. (2012). Risque sociopolitique et investissement direct étrangers en Afrique de l'Ouest, *in the West African Economic Review. La Revue Economique de l'Afrique de l'Ouest*.

Kang H. (1989) "The Optimal Lag Selection and Transfer Function Analysis in Granger Causality Tests, *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 13, pp. 151-169.

- Kaplan, S., & Garrick, B. J. (1981). On the quantitative definition of risk. *Risk analysis*, 1(1), 11-27.
- Kaufmann, Daniel and Aart Kraay (2002). *Growth Without Governance*. World Bank Policy Research Working Paper No. 2928, Washington, D.C.
- Knight, F.H. (1921). *Risk, Uncertainty and Profit*, New York, A.M. Kelley.
- Lipset S.M. (1959). Some Social Requisites of Democracy: Economic Development and Political Legitimacy, in *American Political Science Review*.
- Lucas Jr, R. E. (1972). Expectations and the Neutrality of Money. *Journal of economic theory*, 4(2), 103-124.
- Mankiw, N. Gregory (2000) "The Savers–Spenders Theory of Fiscal Policy," *American Economic Review* 90(2): 120–125.
- Minéa et Parent (2012), « Is High Public Debt Always Harmful to Economic Growth? and some complex non linearities », Document de Recherche, CERDI
- Morrisson C., Lafay J.-D., Dessus S. (1993), "La faisabilité politique de l'ajustement dans les pays africains", Document technique n° 88, Paris, OCDE, Centre de développement.
- Morrisson Ch., Lafay J.-D., Dessus S. (1995). *Les conditions politiques de l'ajustement en Afrique 1980-1990*, dans VAN DER HOEVEN R., VAN DER KRAAIJ (dir.), *L'ajustement structurel et au-delà en Afrique subsaharienne*, p. 197-225, Paris, Karthala
- Muth, J. F. (1961). Rational expectations and the theory of price movements. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 315-335.
- Nubukpo K. (2007). Dépenses publiques et croissance des pays de l'union économique et monétaire Ouest-Africaine, in *Afrique contemporaine*. 2007-2, pages 223 à 250.
- Ombga L. D. (2007). *Stabilité du pouvoir politique et rente pétrolière dans les Etats africains*. CERDI, Université d'Auvergne.
- Quinn B.G. (1980). "Order Determination For a Multivariate Autoregression", *Journal of the Royal Statistical Society, série B*, n°42, pp. 182-185.
- Rajhi, T. (1996), *Dynamique des politiques de croissance*, Paris, Economica, 274 p.
- Romer, P. M. (1989). Human capital and growth: theory and evidence (No. w3173). National Bureau of Economic Research.
- Shackle G. L. S. (1952). *Expectation in economics*. Cambridge University Press, 2 edition.
- Shackle G. L. S. (1953). The logic of surprise. *Economica, New Series*, 20(78) :112–117, May
- Shafer, G. (1992). Dempster-shafer theory. *Encyclopedia of artificial intelligence*, 1, 330-331.
- Tanzi, V., & Zee, H. H. (1997). Fiscal policy and long-run growth. *Staff Papers*, 44(2), 179-209.
- Venerie, Y. & Gupta D.K. (1986). Income distribution and socio-political instability as determinants of savings: A cross-sectional model. *Journal of political Economy* 96, 873-883.
- Von Neumann, J., & Morgenstern, O. (1947). *Theory of games and economic behavior*, 2nd rev.

Wood Jr, O. G. (1964). Evolution of the concept of risk. *Journal of Risk and Insurance* (pre-1986), 31(1), 83.

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and control*, 8(3), 338-353.

Zadeh, L. A. (1978). Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy sets and systems*, 1(1), 3.

Annexe : Présentation des résultats

TABLEAU 1 – Résumé de la statistique descriptive des pays de la CEDEAO

	rev_tet	depense (% PIB)	invest (% PIB)	ide(% PIB)	emploi
min	310	8,772	1,096	-0,264	46,7
max	6200	38,672	49,789	89,476	81,5
mean	1764,07	22,057	20,193	5,427	65,61

TABLEAU 2 – Matrice de corrélation entre les variables

	rev_tet	Depense	Invest	Ide	Employ	gesmacro	Depsante
rev_tet	1						
Depense	0,3470***	1					
invest	0,4150***	0,5956***	1				
Ide	-0,0996	0,0468	0,1251*	1			
emploi	-0,3152***	0,004	-0,0118	-0,1860***	1		
gesmacro	0,2419***	0,2751***	0,4577***	-0,0253	-0,1597**	1	
Depsante	0,1086	0,5681***	0,5843***	0,2144***	0,1595**	0,4479***	1

TABLEAU 3 – Tests de stationnarité des variables

Variables	Test de stationnarité sur les séries en niveau				Test de stationnarité sur les séries en différences			
	Llc	Hadri	Breitung	Décision	Llc	Hadri	Breitung	Décision
Revenu	0,6961	0	1	NS	0,0002	0,5319	0	I(1)
Dépenses	0,0005	0	0,3753	NS	0	0,9901	0	I(1)
Investissement	0	0	0,1284	NS	0,1711	0,9168	0	I(1)
IDE	0,0022	0,0024	0,0022	NS	0	0,9991	0	I(1)
Emplois	0,0004	0	1	NS	0	0,5906	0,0046	I(1)
Gestion budgtaire	0,5856	0	0,1286	NS	0,1613	0,7233	0	I(1)
Ressources publiques	0,9968	0	0,5829	NS	0,0094	0,2056	0	I(1)
Scolarisation primaire	0,0036	0	0,9988	NS	0,0591	0,3681	0	I(1)
Chomage	0,0668	0	0,0842	NS	0	0,9928	0	I(1)
Inflation	0	0,6099	0	I(0)				I(0)
Gestion macro	0,999	0	0,7786	NS	0,0013	0,1193	0	I(1)
Ouverture	0,0534	0	0,1254	NS	0	0,1238	0	I(1)

TABLEAU 4 – Choix du retard optimal sur les séries en différence première

Lag	MBIC	MAIC	MQIC
1	-371,7675	-93,01835	-206,2197
2	-284,9869	-75,92498	-160,826
3	-183,8299	-44,45532	-101,056
4	-103,9014	-34,21412	-62,51445

TABLEAU 5 – Test de cointégration de Johansen

Johansen Fisher Cointegration Test		
Series LREV LINV LEMPLOI LDEPENSE IDE		
Included observations 225		
Trend assumption Quadratic deterministic trend		
Lags interval (in first differences) 1 1		
Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace and Maximum Eigenvalue)		
Hypothesized No. of CE(s)	Fisher Stat,(from max-eigen test)	Prob
None	19,41	0,8851
At most 1	87,55	0,0000
At most 2	172,7	0,0000
At most 3	257,9	0,0000
At most 4	191,3	0,0000

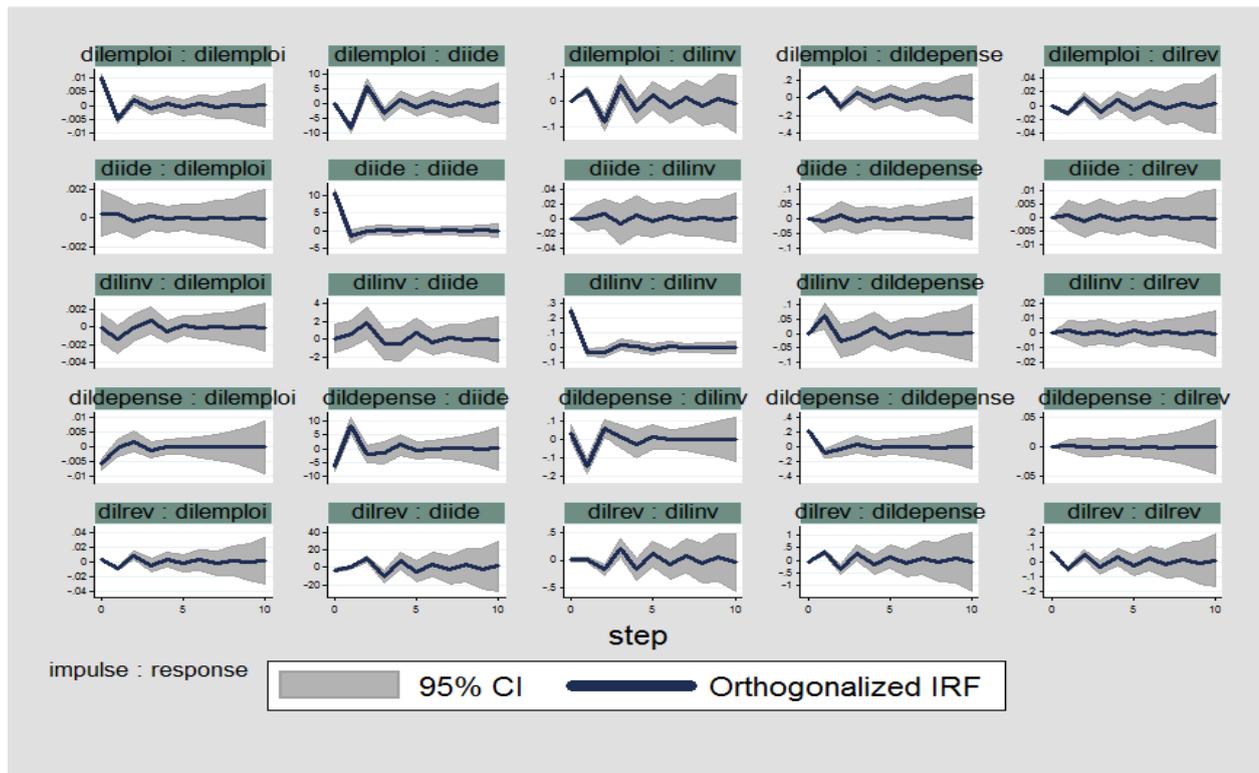
Source : estimations des auteurs

TABLEAU 6 – Résultats de l'estimation du modèle logit

Nombre de groupes= 15				
Nombre d'observations=209				
P>F=0,000			P>F=0,000	
Modèle 1 : Risqeco			Modèle 2 : Risqsocio	
Variables	Coefficient	t-statistic	Coef	t-stat
Inflation	0,096***	3,27		
Risqsocio	3,641***	6,79		
Δgesbudget	3,195**	-2,11	2,753**	2,05
Δouver	0,031	0,95		
Txchange	-4,90E-05	-0,3		
Δscosec	-0,067	-1,19		
Δgesmacro	1,678	1,37		
Huemoa	1,68**	2,05	-0,741	-0,57
Risqeco			3,58***	6,79
Δchomage			0,191	0,63
Δrespub			-1,156	-0,74
Δdepmil	-1,021			
Significativité 1% (***); 5% (**) et 10%(*)				

Source Estimations des auteurs

Figure 1: Analyse des fonctions de réponses impulsionnelles



Source: estimations des auteurs

TABLEAU 7 – Résultats de l'estimation du modèle VAR

Panel VAR Autoregression										
Nombre de groupe d'individus= 15					Nombre d'observations=179					
Matrice des poids du GMM : Robust										
Modèle 1 : Prise en compte du risque économique					Modèle 2 : Prise en compte du risque sociopolitique					
	$\Delta lrevit$	$\Delta ldepit$	$\Delta linvit$	$\Delta ldeit$	$\Delta lemploit$	$\Delta lrevit$	$\Delta ldepit$	$\Delta linvit$	$\Delta ldeit$	
$\Delta lrevit-1$	-0,773*** (-6,44)	4,173*** (6,43)	-0,668*** (-3,09)	38,893*** (-2,94)	-0,147*** (-7,27)	-0,476*** (-4,48)	6,994*** (-6,11)	-0,455* (-1,89)	-3,779 (-0,35)	
$\Delta ldepit-1$	-0,016 (-0,56)	-0,146 (-0,94)	-0,525*** (-6,37)	11,604*** (3,17)	-0,012* (-1,93)	0,014 (0,66)	0,01 (-0,04)	- (-6,49)	7,522** (-2,51)	
$\Delta linvit-1$	0,006 (0,38)	0,249*** (2,63)	-0,128** (-2,18)	1,763 (1,12)	-0,006* (-1,94)	0,006 (0,56)	0,270* (1,84)	-0,172*** (-3,06)	0,302 (0,27)	
$\Delta ldeit-1$	-	-0,001 (-0,86)	-	-0,127* (-1,85)	-	-0,001*** (-4,74)	-0,004*** (-3,56)	0,001** (0,022)	-0,109*** (-4,02)	
$\Delta lemploit-1$	-	1,175*** (-7,17)	11,186*** (9,74)	4,689*** (-6,74)	-830,354*** (-11,75)	-0,484*** (-7,10)	-0,309* (-1,94)	2,475* (1,77)	4,049*** (7,56)	-783,893* (-13,37)
$\Delta santeit$	-0,008 (-1,63)	0,210*** (8,79)	0,077*** (7,01)	6,756*** (8,19)	-0,004*** (-3,57)	-0,001 (-0,20)	0,176*** (5,92)	0,066*** (5,7)	6,680*** (9,96)	
$Risqecoit$	-0,008 (-0,87)	-0,043 (-0,95)	-0,038 (-1,17)	3,126*** (2,86)	0,003* (1,75)					
$Probrisqecoit$	0,03 (1,29)	0,485*** (3,96)	0,079 (1,09)	-8,923** (-2,48)	-0,016*** (-3,62)					
$eco\Delta lrevit-1$	0,744*** (5,95)	-5,246*** (-7,33)	1,249*** (5,15)	103,81*** (6,14)	0,190*** (8,2)					
$eco\Delta ldepit-1$	-0,968** (-2,50)	0,242 (1,28)	0,667*** (6,46)	-22,288*** (-4,41)	0,027*** (3,88)					
$eco\Delta linvit-1$	0,019 (1,02)	-0,247* (-1,86)	0,029 (0,23)	7,700** (-2,97)	0,003 (0,85)					
$eco\Delta ldeit-1$	- (-2,92)	-0,006* (-1,86)	0,002 (1,52)	0,028 (0,30)	0,0003*** (4,06)					
$eco\Delta macroit$	0,031 (1,11)	-0,712*** (-3,28)	-0,166** (-2,47)	9,077 (1,17)	0,004 (0,24)					
$Ecohuemoait$	- (-3,32)	0,047*** (-2,17)	0,115** (-2,2)	-2,019 (-0,68)	-0,003 (-1,06)					
$Risqsocioit$						0,01 (1,25)	0,042 (0,52)	0,015 (0,54)	-0,567 (-0,64)	
$Probrisqsocit$						-0,01 (-1,21)	0,336*** (3,24)	- (-3,62)	-3,302 (-1,37)	
$soc\Delta lrevit-1$						0,266* (-1,96)	-8,457*** (-6,97)	1,083*** (-4)	163,293*** (-9,91)	
$soc\Delta ldepit-1$						-0,116*** (-3,28)	-0,377 (-1,38)	0,503*** (-5,08)	-11,11** (-2,54)	
$soc\Delta linvit-1$						0,001 (0,36)	-0,226 (-1,23)	0,019 (0,22)	-4,825 (-1,52)	
$soc\Delta macroit$						-0,090* (-1,80)	-0,426*** (-3,50)	0,267** (-2,16)	2,247 (0,53)	
$Sochuemoait$						-0,023* (-1,70)	0,106 (1,56)	0,130** (-2,54)	-2,263 (-1,11)	

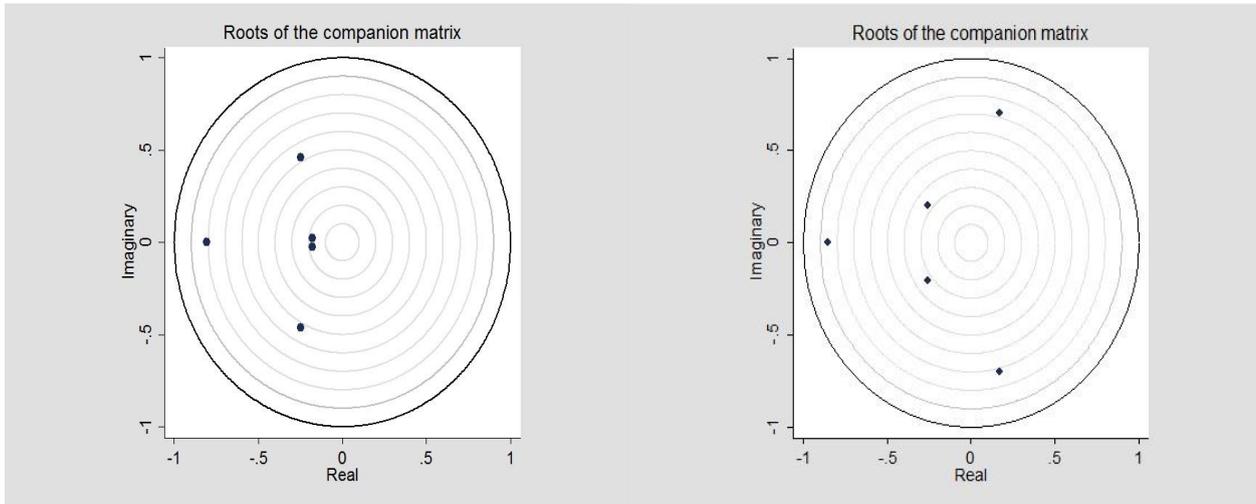
T.Hansen : Chi2(100)=102 P-value=0,408

Chi2(100)=102 P-value=0,406

Significativité :
1%***); 5%(**)
et 10%(*)

() =t-Statistics

Figure 2 : Test de stabilité du VAR



Source : construction de l'auteur ;

NB : à gauche, le modèle du risque économique

MODELISATION ET PREVISION DE LA COURBE DES TAUX ZERO-COUPON POUR LE DEVELOPPEMENT DE LA ZONE UEMOA

Florent Gbongué, PhD¹

Résumé

La courbe des taux zéro-coupon (ZC) est un véritable outil d'appréciation de la valeur de l'argent à travers le temps. Elle sert aussi de référence aux émetteurs et investisseurs intervenant sur les marchés financiers et constitue un outil d'optimisation de la politique monétaire des banques centrales. En Afrique subsaharienne francophone, nous constatons l'absence d'une courbe des taux ZC officielle. Dans ce contexte, nous proposons en premier lieu une analyse comparative des modèles de construction d'une courbe des taux sans risque (ZC) à une date de cotation. En second lieu, nous étudions la dynamique de cette courbe, en revisitant le modèle de Diebold et Li (2006). L'application numérique sur les obligations d'État cotées à la bourse régionale des valeurs mobilières (BRVM), révèle que le modèle de Svensson est adapté à la construction de la courbe des taux ZC de l'UEMOA à une date de cotation. Toutefois, nous recommandons le modèle de Nelson et Siegel dans une perspective de prévision.

INFORMATIONS SUR L'ARTICLE

Historique de l'article : Soumis le 8 octobre 2018.

Reçu en première version révisée: le 11 mars 2019.

Reçu en deuxième version révisée: le 22 mai 2019.

Reçu en troisième version révisée: le 12 juin 2019.

Accepté le 14 juin 2019.

Classification JEL : C0, C6, E4, G1, H6

Mots clés : Courbe des taux, politique monétaire, marchés financiers, analyse comparative, UEMOA, modèles, interpolation, extrapolation, BRVM.

¹ Docteur en Actuariat de l'université de Lyon, Enseignant-Chercheur en sciences économique et gestion. Contact : +225 47 28 20 72 / florent.gbongue@gmail.com

Abstract

The zero-coupon yield curve (ZC) is a real tool for assessing the value of money over time. It also serves as a reference for issuers and investors operating on the financial markets and is a tool for optimising the monetary policy of central banks. In French-speaking sub-Saharan Africa, we note the absence of an official ZC yield curve. In this context, we first propose a comparative analysis of the models for constructing a risk-free yield curve (ZC) on a quotation date. Second, we study the dynamics of this curve, revisiting the Diebold and Li (2006) model. The numerical application on government bonds listed on the Regional Securities Exchange (BRVM) reveals that the Svensson model is suitable for constructing the WAEMU ZC yield curve on a quotation date. However, we recommend Nelson Siegel's model for forecasting purposes.

ARTICLE INFORMATION

Article history: Submitted October 8, 2018.

Received in first revised form March 11, 2019.

Received in second revised form May 22, 2019.

Received in third revised form June 12, 2019.

Accepted June 14, 2019.

JEL Classification: C0, C6, E4, G1, H6

Keywords: Interest rate curve, monetary policy, financial markets, comparative analysis, WAEMU, models, interpolation, extrapolation, RSE.

I. INTRODUCTION

La courbe des taux sans risque (zéro-coupon) ou de rendement (*yield curve*) est la fonction qui, à une date donnée, pour chaque maturité, indique le niveau de taux d'intérêt pour un placement sans risque de défaut de l'émetteur. Elle répond à deux demandes sur les marchés financiers puisque, d'un côté, elle agrège l'ensemble des taux d'intérêt que va devoir s'acquitter un émetteur et, de l'autre côté, elle informe les investisseurs des rendements d'un titre selon sa maturité. La structure et l'évolution de cette courbe sont donc des informations cruciales pour l'efficacité des marchés obligataires (cf. Allouche [2013]).

La courbe des taux ZC permet de déduire les facteurs d'actualisation, reflétant ainsi la valeur future d'une série de flux financiers. En assurance, elle permet d'estimer les engagements des compagnies d'assurance dans une logique *best estimate* et d'optimiser leur politique d'investissement (ALM). Dans le secteur bancaire, elle est fondamentale dans l'élaboration d'un système interne de tarification des contreparties. Notons que la courbe des taux ZC contient également une information et son comportement peut renseigner sur l'évolution de l'économie (cf. Stambaugh [1998], Svensson [1994b], Frankel et Lown [1994]). Pour les économistes, l'inversion de cette courbe peut présager une récession économique. Selon Svensson (1994b), les taux à terme² peuvent être des indicateurs pour les anticipations d'inflation, de change et la reprise économique, sous certaines hypothèses. Dans cette optique, la courbe des taux ZC révèle une information importante pour les autorités monétaires, qui doivent décider de la politique à mener. C'est pourquoi, la majorité des banques centrales suivent attentivement son évolution car elle peut permettre de comprendre l'impact de leurs politiques.

Afin d'appréhender son comportement, les banques centrales nationales³ ont développé plusieurs méthodologies *innovantes*, qui se basent *principalement* sur les modèles classiques de **Nelson et Siegel** (1987) et **Svensson** (1994b). Notons qu'une synthèse de ces méthodes peut être consultée dans le *Bank for International Settlements* (BIS) Paper N°25⁴. Toutefois, la construction d'une courbe des taux ZC de référence est privilégiée dans le contexte d'une union économique et monétaire (cf. AFMI [2016]). Pour preuve, la naissance de la monnaie **Euro** a abouti à la construction de la courbe des taux ZC de référence en **Euro**. Sa méthodologie de construction est disponible sur le site⁵ de la Banque Centrale Européenne (BCE). Cette courbe est obtenue par la minimisation de l'erreur quadratique moyenne entre les rendements théorique et calculé. Le rendement théorique s'ajuste par le modèle de **Svensson** (1994b), tandis que celui observé provient de la formule proposée par l'International Securities Market Association (ISMA). Cette méthodologie est appliquée sur deux catégories d'émetteurs à savoir ceux notés AAA et l'ensemble des émetteurs.

Dans la pratique, il existe plusieurs institutions qui fournissent des courbes des taux sans risque (ZC), servant de référence aux professionnels de la finance et des sciences actuarielles. Ainsi, les courbes des taux ZC de référence rencontrées sont construites selon les méthodes de

² Les taux à termes sont des taux forwards. Ils dérivent de la courbe des taux ZC.

³ Pour la Banque de France, la méthodologie est proposée dans Ricart et Sicsic (1995). Ces auteurs estiment la structure par terme des taux d'intérêt sur des données françaises à l'aide du modèle de Nelson et Siegel augmenté (Svensson).

⁴ Cet article intitulé « Zero-coupon yield curves: technical documentation » de la Bank for International Settlements (2005) (BIS Papers n°25) rassemble les méthodologies de construction de la courbe des taux ZC de plusieurs pays développés.

⁵ https://www.ecb.europa.eu/stats/financial_markets_and_interest_rates/euro_area_yield_curves/html/index.en.html

l'EIOPA, l'Institut des Actuaire (IA), la FINMA dans le cadre du SST⁶ et du Comité de Normalisation Obligatoire (CNO).

Les méthodes retenues par l'*European Insurance and Occupational Pensions Authority* (EIOPA)⁷ et l'*Autorité Fédérale de Surveillance des Marchés Financiers* (FINMA)⁸ proviennent de *Smith-Wilson (2001)*. La courbe des taux ZC résultante est utilisée pour évaluer les provisions techniques dans le cadre de Solvabilité II. Les taux zéro-coupons sont dérivés des taux *swaps* sur *EURIBOR* car ils sont très liquides mais surtout moins risqués que les obligations d'État de la zone Euro. Cependant, cette méthode est complexe et présente un nombre important de paramètres à calibrer, ce qui nécessite une quantité importante de données. De plus, les paramètres n'ont pas une interprétation économique, contrairement aux modèles de type Nelson Siegel.

En outre, la méthode retenue par l'Institut des Actuaire français est proposée par *Vasicek et Fong (1982)*. Elle est appliquée sur les bons du trésor, les emprunts de l'État et les obligations assimilables du Trésor français. La courbe des taux ZC obtenue est publiée à fréquence mensuelle, pour le secteur des assurances. La structure des taux zéro-coupons⁹ du Comité de Normalisation Obligatoire (CNO)¹⁰ est calculée à partir des taux *swaps*. Pour construire la courbe à un mois donné, le CNO utilise les taux *swap* de clôture du dernier jour ouvré de ce mois. Les maturités observées sont 1 à 30 ans, 35, 40, 50 et 60 ans. Les maturités manquantes sont déterminées par le CNO par une interpolation *cubique* à partir des valeurs connues encadrantes. Notons que l'interpolation cubique utilisée est une méthode d'interpolation par des polynômes de degré 3, qui permet d'obtenir des dérivées premières continues aux points connus. Par conséquent, les paramètres de ce modèle ne sont pas interprétables d'un *point de vue économique* et les taux zéro-coupons sont calculés par une procédure récurrente de pas annuel.

Malgré les applications multiples de cette courbe, nous remarquons son inexistence dans plusieurs espaces économiques africains¹¹. Notons qu'il n'existe pas de courbe des taux ZC de référence dans la zone UEMOA. En pratique, la construction d'une courbe des taux ZC requiert un marché financier *dynamique* contenant une quantité régulière de titres en circulation, avec des émetteurs de référence¹². Toutefois, l'UEMOA dispose d'un marché financier régional susceptible de favoriser la construction d'une courbe des taux ZC de référence, contrairement aux zones CEMAC, Comores, RD Congo. Cette situation s'explique par le fait que le marché financier est embryonnaire dans ces pays. En outre, selon l'initiative des marchés Financiers Africains (AFMI), les pays comme l'Afrique du Sud, l'Égypte, le Ghana, le Kenya, le Maroc, produisent leurs courbes des taux sans risque implicites selon les modèles de type Nelson et Siegel et Vasicek.

⁶ SST fait référence au "Swiss Solvency Test".

⁷ Voir <https://eiopa.europa.eu/regulation-supervision/insurance/solvency-ii-technical-information/risk-free-interest-rate-term-structures>

⁸ Dans le cadre du test suisse de Solvabilité (SST) 2019, la FINMA fournit aux assureurs des courbes des taux sans risque (ZC), libellées dans les monnaies CHF, EUR, USD et GBP.

⁹ Voir <http://www.cnofrance.org/fr/structure-des-taux-zero-coupon-cno.79.cfm>

¹⁰ Le Comité de Normalisation Obligatoire est une association régie par la loi du 1^{er} juillet 1901. Ses principales missions sont de : (i) Harmoniser les méthodes de calcul utilisées sur le marché de taux en euros et les marchés dérivés ; (ii) Calculer et diffuser des indices financiers et promouvoir leur utilisation ; (iii) Réaliser des études et faire des recommandations sur les instruments de taux

¹¹ https://www.africanbondmarkets.org/fileadmin/uploads/afdb/pdf/Publications/Le_Guide_des_Courbes_des_Taux_en_Afrique.pdf

¹² Ces émetteurs sont les États. Cependant, nous entendons par émetteur de référence, un État qui est bien noté par les agences internationales de notation.

L'absence de la courbe des taux sans risque peut constituer un obstacle au développement des pays de la zone UEMOA, notamment dans la détermination *optimale* du **coût** de financement de leurs économies et le pilotage technique de la dette publique. Au regard de ce qui précède, cette étude tente de proposer une méthodologie *pertinente* pour construire la courbe des taux ZC de l'union à une date de cotation, dans les modèles de Nelson et Siegel (1987), Svensson (1994b) et Björk et Christensen (1999), en tenant compte de ses particularités, ce qui constitue une contribution scientifique importante. Elle pourra servir de référence aux pays émetteurs de la zone UEMOA, mais doit être actualisée régulièrement, afin de tenir compte des évolutions observées sur le marché financier régional (MFR). De plus, cette actualisation de la courbe est nécessaire car elle permettra de constituer une base de données historique, qui servira à l'élaboration de la courbe des taux ZC dynamique (Cf. sous-section 4.4.) et à l'évaluation de l'impact des politiques économiques dans l'union.

De manière opérationnelle, cette courbe permettra aussi aux pays de l'union de : financer leurs économies au *prix de marché*, assurer le pilotage technique de leurs dettes publiques, renseigner les investisseurs sur les rendements obligataires par maturité en monnaie locale, ce qui *pourrait* participer au développement du marché financier régional (MFR).

L'article révèle que lorsque la courbe des taux ZC est gouvernée par plus de 3 facteurs, elle présente un risque de modèle plus faible. En effet, le modèle de Svensson est adapté à la construction de la courbe des taux ZC de l'union au 31/12/2017, car elle permet de réduire les erreurs d'estimation de 10 % en moyenne par rapport aux modèles de Nelson et Siegel et Björk et Christensen. Toutefois, il contient un nombre important de facteurs qui rend difficile la prévision de la courbe, ce qui suggère l'utilisation de la version dynamique du modèle de Nelson et Siegel proposée par Diebold et Li (2006).

Notre étude est organisée comme suite. La section 2 présente la littérature sur les modèles de construction de la courbe des taux ZC. La section 3 est consacrée aux faits stylisés. La section 4 s'intéresse aux aspects méthodologiques. La section 5 porte sur l'analyse des résultats empiriques obtenus. La section 6 est consacrée à la conclusion et aux perspectives de recherche futures. Enfin, les sections 7 et 8 contiennent respectivement la bibliographie et les annexes.

II. REVUE DE LITTERATURE

Nous retrouvons dans la littérature deux approches de construction de la courbe des taux ZC. Il s'agit de l'approche par les prix et l'approche par les rendements des obligations. Peu importe celle retenue, une littérature abondante existe sur les méthodes d'ajustement de cette courbe. Elles peuvent être regroupées en deux groupes principaux : celles utilisant des méthodes paramétriques et celles basées sur des techniques non-paramétriques. Roncalli (1998) propose de les regrouper en trois catégories : celles qui sont basées sur les fonctions *splines*, celles qui postulent a priori une classe de fonction et celles qui utilisent des techniques non-paramétriques. En nous inspirant des travaux de Stander (2005), nous proposons de les regrouper en 4 catégories : celles utilisant des méthodes de type régression¹³, celles qui sont issues des modèles

¹³ Selon Stander (2005), les méthodes de type régression (Bradley-Crane, Elliot-Echols, Dobbie-Wilkie, etc.) établissent simplement une relation entre les rendements et les maturités, tandis que les modèles fonctionnels font référence à un ajustement du facteur d'actualisation par une fonction mathématique appropriée comme les modèles polynomial, exponentiel, Nelson-Siegel-Svensson, spline, etc.

fonctionnels, celles utilisant des modèles d'équilibre et enfin celles utilisant des méthodes non paramétriques.

La première catégorie est considérée comme une méthode traditionnelle. Elle consiste à représenter les taux de rendement d'une série d'obligations en fonction des maturités. Par exemple, nous pouvons citer les modèles de type « régression ». Dans ces modèles, les rendements des obligations sont une fonction linéaire de plusieurs variables explicatives (la maturité, les taux coupons, *etc.*). Ainsi, les paramètres sont estimés par des techniques de régression en minimisant l'écart au carré entre le rendement théorique issu du modèle et le rendement des obligations observé sur les marchés. Dans cette catégorie, nous pouvons citer les travaux de Mc Enally (1987), Dobbie et Wilkie (1978) et (1979), Paterson (1996), Bolder et Streliski (1999), Mc Leod (1990) (*cf.* Stander [2005]).

Les modèles fonctionnels font partie de la seconde catégorie. L'idée générale est d'ajuster le facteur d'actualisation ou prix zéro-coupon, par une fonction mathématique appropriée et extraire ensuite les paramètres. Ces derniers sont obtenus en minimisant l'écart au carré entre le prix théorique issu du modèle et le prix des obligations observé sur les marchés financiers. Plusieurs formes mathématiques existent dans la littérature, pour ajuster le facteur d'actualisation. *En premier lieu*, nous avons la fonction « spline », qui comprend : la spline quadratique (*cf.* Mc Culloch [1971], Mc Culloch et Kochin [1998]), la spline cubique (*cf.* Mc Culloch [1975], Fisher et al. [1995]), la spline exponentielle (*cf.* Vasicek et Fong [1982]), la B-splines (*cf.* Shea [1984], Steeley [1991]), sans oublier les travaux d'Adams et Van Deventer (1994), Coleman et al. (1992), Fisher et al. (1994), Waggoner (1997), Deacon et Derry (1994), Bliss (1997), Malan (1999). Rappelons que Seber et Wild (2003) soulignent que ces méthodes sont critiquées car elles possèdent des propriétés économiques indésirables et sont souvent perçues comme des « boîtes noires ». Carriere (1998) montre que les modèles de survie utilisés par les actuaires pour modéliser les pertes, peuvent être utilisés comme des modèles de prix, ce qui signifie que la fonction d'actualisation peut être approximée par une fonction de survie.

En second lieu, nous trouvons les modèles paramétriques de type Nelson et Siegel (*cf.* Nelson et Siegel [1987], Svensson [1994b]). Parmi ces modèles, le plus célèbre est le modèle de Nelson et Siegel (1987). Depuis son apparition, il a été adopté par de nombreux experts du monde académique et professionnel. Pour preuve, il est utilisé par les banques centrales, les décideurs des politiques monétaires (*cf.* Bis [2005], Ecb [2008]), en raison de l'interprétation économique des paramètres. Il est aussi utilisé par les gestionnaires de portefeuille à revenu fixe (*cf.* Barrett et al. [1995], Hodges et Parekh [2006], Martellini et Meyfredi [2007]). Notons que le modèle de Nelson et Siegel connaît aussi un grand succès dans la recherche académique. En effet, Dullmann et Uhrig-Homburg (2000) utilisent le modèle de Nelson et Siegel pour construire une courbe des taux zéro-coupon adaptée au marché allemand. Fabozzi et al. (2005), Diebold et Li (2006) comparent les prévisions du modèle de Nelson et Siegel (NS) avec d'autres modèles. Ils trouvent que le modèle NS est plus précis sur le long terme. Coroneo et al. (2008) utilisent plutôt les estimations des paramètres du modèle NS comme des paramètres d'un modèle affine (en l'absence d'opportunité d'arbitrage), pour construire la structure à terme des taux d'intérêt.

La troisième catégorie fait référence aux modèles d'équilibre. Les travaux de Roncalli (1998), Decamps (1993) montrent l'existence de deux classes de modèles de taux pour l'évaluation des actifs financiers : les modèles d'absence d'opportunité d'arbitrage (AOA) et les modèles d'équilibre général. Ces modèles proposent des théories sur la nature du processus stochastique que doivent suivre les taux d'intérêts. Au niveau des modèles d'AOA, nous pouvons citer les

travaux de Vasicek (1977), Brennan et Schwartz (1982), Ho et Lee (1986) et Heath, Jarrow et Merton (1992). En outre, les modèles d'équilibre général sont mis en exergue dans les travaux de Cox, Ingersoll et Ross (1985) et de Campbell et *al.* (2005). À la différence des modèles AOA, ces modèles se basent sur les anticipations des mouvements futurs des taux d'intérêt de court terme et non pas sur la courbe de taux observée à la date initiale (*cf.* Faleh [2011]).

La dernière catégorie (quatrième catégorie) concerne les modèles non paramétriques. Ils sont peu utilisés dans la pratique pour construire la courbe des taux ZC. Toutefois, des travaux existent sur cette thématique. Les pionniers de cette approche sont Tanggaard (1992) et (1997), Gourieroux et Scaillet (1994), Linton et *al.* (1998). Ces derniers utilisent la méthode de noyau pour estimer la courbe de rendement des obligations. Gourieroux et Scaillet (1994) estiment le modèle de Vasicek par la régression locale tout en utilisant le noyau d'Epanechnikov.

Tanggaard (1992) utilise une fonction noyau gaussienne pour estimer la courbe des taux sans risque. Il applique son modèle sur des données réelles et simulées et conclut comme Gourieroux et Scaillet que les maturités courtes sont plus difficiles à estimer que les maturités longues. Linton et *al.* (1998) proposent une nouvelle méthode d'estimation des taux zéro-coupon basée sur la fonction « Kernel Smoothing ». Ils testent la méthode sur les bons du trésor américains et constatent que les prix des obligations estimés à partir de la courbe des taux reflètent fidèlement les prix observés sur les marchés.

Si les méthodes présentées *supra* permettent de construire la courbe des taux ZC à une date de cotation, en revanche, certains auteurs se sont intéressés aussi à la dynamique de la courbe des taux ZC pour le pilotage des risques. Sur ce dernier point, nous pouvons énumérer les modèles d'analyse en composante principale (ACP), de Nelson et Siegel dynamique, et le « Functional Signal plus Noise (FSN) ».

Parmi les auteurs ayant utilisé l'ACP comme technique d'estimation de la courbe des taux zéro-coupon, nous pouvons citer les travaux de Litterman et Scheinkman (1988), (1991), Steeley (1990), Carverhill et Strickland (1992), Knez et *al.* (1994), Flury (1988), Jolliffe (1986), Hadi et Ling (1998), Nunes et Webber (1997). Frachot et *al.* (1992) appliquent la méthode ACP pour construire la structure par terme des taux d'intérêt dans un modèle Heath Jarrow Morton (HJM). Aussi, Renato (1998) discute en détail des applications de l'ACP dans la détermination des taux d'intérêt. Wilmott (1999) discute de la méthode ACP tout en s'intéressant à l'estimation des volatilités dans les modèles HJM.

Diebold et Li (2006) introduisent une version dynamique du modèle de Nelson Siegel, tandis que Bowsher et Meeks (2008) appliquent la méthode « Functional Signal plus Noise (FSN) » pour modéliser et prédire la courbe des taux zéro à partir des bons du trésor américains. En outre, Heston (1988), Gibbons et Ramaswamy (1993), Longstaff et Schwartz (1992) ont opté pour la méthode générale des moments (GMM) pour estimer les paramètres du modèle CIR à un et deux facteurs. Chan et *al.* (1992), Vetzal (1997), Bliss et Smith (1998) ont aussi opté pour la méthode GMM pour estimer le processus CKLS¹⁴ et ses extensions. Certains auteurs comme Brown et Dybvig (1986), Brown et Schaefer (1994), Edspsarr (1992), Chen et Scott (1993), Pearson et Sun (1994), Ball et Torous (1996), Brandt et Santa-clara (1999) ont eu recours à la méthode de

¹⁴ CKLS est une abréviation des noms des auteurs de l'article Chan et *al.* (1992), qui peut être consulté dans la bibliographie.

maximum de vraisemblance (ML) pour estimer les modèles CIR¹⁵ à un et deux facteurs. D'autres comme Broze et al. (1993), Nowman (1997a), (1997b), Honore (1998) ont plutôt appliqué la méthode ML pour estimer les modèles de type CKLS. Enfin, Duffie et Singleton (1993), Dai et Singleton (1998), Andersen et Lund (1997), (1996a), (1996b), (1996c) ont eu recours à la méthode des moments efficaces (EMM) respectivement dans le cadre générale de tarification des actifs, dans l'estimation des modèles affines à trois facteurs et dans l'estimation des modèles CKLS et extension à deux et trois facteurs.

D'autres méthodes intéressantes d'estimation de la courbe des taux dynamique méritent d'être soulignées. Nous pensons notamment aux techniques « FILTERING » et GARCH. Pennacchi (1991), Babbs et Nowman (1997), (1999), Elliott et al. (1997) utilisent le filtre de KALMAN pour estimer des modèles affines gaussiens. Lund (1997) utilise un filtre non-linéaire pour estimer un modèle affine à partir des obligations avec coupons. Enfin, Brenner et al. (1996) modélisent le taux court terme comme un processus GARCH.

Même si la littérature sur la construction de la courbe des taux est importante, il existe *peu* de travaux dans le contexte africain. Toutefois, nous pouvons citer les travaux scientifiques de Mougala (2013), Gbongué et Planchet (2015), Gbongué et al. (2017), Muthoni et al. (2015), Lartey et Li (2018), etc.

En effet, Mougala (2013) utilise la méthode ACP pour construire les courbes des taux de l'Afrique du Sud, la France et les États-Unis. En outre, Gbongué et Planchet (2015) proposent une méthodologie complète de construction d'une courbe des taux zéro-coupon, qui intègre le taux directeur, le taux de croissance économique réel à long terme et l'inflation cible (2%). En comparant les modèles de Nelson et Siegel et ses extensions, ils concluent que le modèle de Björk et Christensen s'ajuste le mieux aux données de la zone UEMOA au 27/02/2015, même si les écarts des erreurs d'estimation par rapport au modèle de référence (Nelson Siegel) sont très faibles.

Muthoni et al. (2015) proposent une courbe des taux zéro-coupon pour la bourse de Nairobi. En comparant plusieurs modèles de taux d'intérêt, ils concluent que le modèle de Nelson et Siegel (1987) est le plus adapté pour cette zone. Dans Gbongué et al. (2017), les auteurs proposent un générateur de scénarios économiques (GSE) adapté à la zone CIPRES. Ce GSE se base sur deux variables motrices que sont les taux d'intérêt nominaux et l'indice harmonisé des prix à la consommation (IHPC). En utilisant le modèle de Nelson Siegel, ils simulent les taux d'intérêt nominaux du GSE.

Enfin, Lartey et Li (2018) proposent un cadre méthodologique pour construire les courbes des taux zéro-coupon et *forward* du gouvernement Ghanéen, à partir des données du marché secondaire. Ils concluent que le modèle d'interpolation avec des splines cubiques d'hermite s'adapte le mieux aux données du Ghana que les autres modèles de taux candidats¹⁶.

En s'inspirant des travaux de Wilkie (1986) et Wilkie (1995), cette contribution scientifique poursuit les travaux de Gbongué et Planchet (2015), en apportant quelques innovations méthodologiques. De manière pratique, elle reformule le problème d'optimisation, qui permet d'améliorer le calibrage des modèles candidats, tout en analysant la sensibilité des paramètres obtenus. De plus, elle fait

¹⁵ CIR est une abréviation des noms des auteurs de l'article Cox et al (1985b), qui peut être consulté dans la bibliographie.

¹⁶ Il s'agit des modèles de Nelson et Siegel et sa version élargie (Svensson), spline cubique, etc.

ressortir les facteurs de la courbe des taux ZC, sans oublier de proposer une version dynamique de ces facteurs, ainsi que les procédures de calibrage. Sur ce dernier point, la méthodologie ainsi que l'implémentation sont présentées respectivement dans les sous-sections 4.4 et 5.3.2.

III. JUSTIFICATION DE LA CONSTRUCTION D'UNE COURBE DES TAUX ZC DANS LA ZONE UEMOA

Dans cette section, nous rappelons les faits importants de l'union, qui motivent la construction *minutieuse* d'une courbe des taux ZC de référence, qui servira de base dans l'élaboration de la courbe des taux de chaque pays de la zone UEMOA.

3.1. Evolutions réglementaires

Nous observons plusieurs évolutions réglementaires dans la zone UEMOA, notamment le plan comptable révisé (PCB) et l'application du dispositif Bâle II et III pour les banques et le SYSCOHADA révisé pour les entreprises. Elles sont rentrées en vigueur depuis le 1^{er} Janvier 2018. En pratique, ces mutations permettent d'assurer la convergence vers les normes internationales, favorisant ainsi l'harmonisation des pratiques. Dans ce contexte, la courbe des taux ZC est une solution technique non négligeable à la bonne application de ces réformes. Par exemple, elle peut intervenir dans la valorisation des actifs financiers, dont les valeurs de marché viendront impacter le bilan *financier* de l'entreprise, ce qui permettra d'améliorer la qualité des informations financières, répondant ainsi aux objectifs de ces réformes.

3.2. Mobilisation importante des ressources en monnaie locale

Plusieurs pays de la zone UEMOA ont élaboré des plans nationaux de développement¹⁷ (PND) ambitieux dans le but d'atteindre l'émergence économique. Pour les financer, ils mobilisent des ressources importantes, en intervenant activement sur le marché financier régional (MFR), par l'émission des titres publics sur différentes maturités. En se référant aux statistiques de l'Agence UMOA titres (2018), nous constatons que le volume annuel des émissions souveraines, est passé de 2516 GXOF¹⁸ à 3330 GXOF (+32,4%) sur la période 2014-2016, avant de reculer à 2644 GXOF (-20,6%) en 2017. Toutefois, nous observons une hausse de 5% sur la période 2014-2017, ce qui met en lumière le recours au MFR pour le financement des économies de l'union. Dans cette optique, l'instauration d'une courbe des taux ZC est indispensable pour le développement du marché financier des obligations souveraines et la viabilité de la dette des pays émetteurs à moyen et long terme. Sur ce dernier point, Hubig (2012) propose un cadre *innovant* de gestion de cette dette à partir de la dynamique de la courbe des taux ZC.

3.3. Viabilité de la dette publique

La mobilisation importante des ressources en monnaie locale pour le financement des PND a *naturellement* des conséquences significatives sur la croissance de la dette publique et par conséquent sur la viabilité de la dette des pays de l'union. Pour preuve, la Côte d'Ivoire a vu progressé ses indicateurs de la dette sur la période 2012-2017.

En effet, l'encours total de la dette est passé de 4679,6 GXOF à 10045,1 GXOF, soit une hausse de 115%. Aussi, le service de la dette total a progressé de 290 % sur la même période, en passant

¹⁷ Par exemple, nous avons le PND 2012-2015 et 2016-2020 (Côte d'Ivoire), le PSE (Sénégal), etc.

¹⁸ 1 GXOF correspond à 1 milliard FCFA.

de 371,6 GXOF à 1448,18 GXOF. Quant au taux de croissance du PIB réel, il s'établit à 72 % sur la même période, ce qui est inférieur au taux de croissance de la dette ivoirienne (115 %). Autrement dit, la dette publique ivoirienne croît 1,6 fois plus vite que la croissance de son économie sur la même période. Cette situation peut constituer un facteur de risque pour sa viabilité à moyen terme car Zenios et Consiglio (2016) soutiennent que la dette est viable si le taux de croissance de l'économie est équivalent au taux de croissance de cette dette. Dans ce contexte, le risque souverain de la Côte d'Ivoire pourrait se dégrader à long terme si la dette publique continue à progresser plus rapidement que son économie. Afin d'éviter cette situation, la mise en place de la courbe des taux de l'UEMOA est nécessaire car elle servira de référence dans la mobilisation des ressources au prix de marché et interviendra *par la suite* dans la détermination de la courbe des taux de chaque pays de l'union.

IV. METHODOLOGIE DE CONSTRUCTION DE LA COURBE DES TAUX ZERO-COUPON DE REFERENCE DANS LA ZONE UEMOA

Dans cette section, nous nous intéressons *en premier lieu* à la construction de la courbe des taux ZC statique (à une date de cotation). En clair, elle permet de déterminer les facteurs ou paramètres de la courbe des taux ZC à une date t quelconque. Pour déterminer cette courbe, nous suivons trois étapes. La première étape introduit des notions importantes. La seconde présente plutôt les modèles de taux *d'intérêt* utilisés par la majorité des banques centrales¹⁹, pour la construction de la courbe des taux ZC de référence, notamment les modèles de Nelson et Siegel (1987), Svensson (1994) et Bjork et Christensen (1999). Enfin, nous proposons une procédure de calibrage des indicateurs de mesure de la qualité d'ajustement de ces modèles. Rappelons que cette étape est importante pour constituer une base de données historique de ces paramètres, qui seront utilisés *en second lieu* dans l'application du modèle de Diebold et Li (2006), portant sur la version dynamique de la courbe des taux ZC de référence.

4.1. Notions introductives

4.1.1 Notations

Les principales notations de cette sous-section sont résumées dans le tableau suivant :

¹⁹ Dans le BIS paper N°25, nous constatons que 12 banques centrales utilisent les modèles de type Nelson et Siegel sur un total de 13 banques centrales analysées. Tout récemment, le modèle de Svensson a été retenu pour la construction de la courbe des taux sans risque de la zone Euro.

Tableau 1 : Les principales notations de la section 4

Variables	Signification
N, n	Le nombre d'obligation et de Cash-flows
t, T	Les dates de cotation et de maturité des obligations
θ	la maturité ou la durée de vie restante de l'obligation en année. $\theta = (T - t) / 365$
AC_t^k	Les intérêts courus de l'obligation k à la date de cotation t
$B_t(m)$	Le prix d'un zéro-coupon à la date de cotation t et à la maturité m
c^k	Le taux-coupon de l'obligation k
$CF_t^k(m)$	Le flux généré par l'obligation k à la date de cotation t et à la maturité m
FV^k	La valeur nominale de l'obligation k
$P_c^k(t, \theta)$	Le prix coté de l'obligation k à la date de cotation t (et à la maturité θ)
$P^k(t, \theta)$	Le prix de marché de l'obligation k à la date de cotation t (et à la maturité θ)
$\hat{P}^k(t, \theta)$	Le prix théorique de l'obligation k à la date de cotation t (et à la maturité θ)
$R_t(m)$	Le taux zéro-coupon à la date de cotation t et à la maturité m
$f_t(m)$	Le taux <i>forward</i> instantané à la date de cotation t et à la maturité m
D^k	La duration de l'obligation k

4.1.2 Définitions

Soit une obligation d'État^k en circulation sur un marché financier quelconque. Étant donné un taux d'intérêt **fixe** YTM ou de rendement à l'échéance $n = [\theta] + 1$ (exprimée en année), le prix estimé d'une obligation k , entre les dates de cotation et de maturité t et T , se valorise comme suit :

$$\hat{P}^k(t, T) = \sum_{m=1}^{n=[\theta]+1} \frac{C^k}{(1 + YTM_{t,T})^m} + \frac{(C^k + FV^k)}{(1 + YTM_{t,T})^n} \quad (1)$$

$C^k = c^k \times FV^k$ est le coupon versé par l'obligation k .

$[\theta]$ est la partie entière de θ .

Le taux d'intérêt $YTM_{t,T}$ ²⁰ ou taux actuariel est le taux de rendement interne de l'obligation k de la date de cotation t à la date de maturité T . Ce taux est fixe sur toute la durée de paiement des flux générés par l'obligation. En réalité, il s'agit du taux de rendement de l'obligation si cette dernière était conservée jusqu'à l'échéance $n = [\theta] + 1$. En l'absence d'opportunité d'arbitrage, le

²⁰ Nous supposons que $t=0$ étant donné que ce taux actuariel (YTM) correspond au rendement de l'obligation à une seule date de cotation t . Cette hypothèse est valable pour la suite de cet article en ce sens que nous estimons une courbe de taux ZC à une seule date d'observation.

prix théorique d'une obligation avec coupon est égal à la somme des flux versés à la maturité m actualisés par les taux zéro-coupons correspondants. Mathématiquement, cette définition se traduit par :

$$\begin{aligned}\hat{P}^k(t, \theta) &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} CF_t^k(m) \times B_t(m) \\ &= P_c^k(t, \theta) + AC_t^k\end{aligned}\quad (2)$$

La quantité $P^k(t, \theta) = P_c^k(t, \theta) + AC_t^k$ est le prix de *marché* de l'obligation **observé** à la date de cotation t . Nous remarquons que l'équation (2) diffère de l'équation (1) car elle fait introduire une courbe d'actualisation $B_t(m)$ dans la valorisation du prix théorique de l'obligation. Aussi, les flux CF^k respectent la relation suivante :

$$CF_t^k(1) = \dots = CF_t^k([\theta]) = C^k \text{ et } CF_t^k([\theta]+1) = C^k + FV^k$$

Les intérêts courus sont calculés de la manière suivante :

$$AC_t^k = C^k \times \frac{t - t_{av}}{t_{ap} - t_{av}} \quad (3)$$

Avec :

t_{av} = date de versement du coupon précédent.

t_{ap} = date de versement du coupon suivant.

Soit $R_t(m)$ le taux zéro-coupon, associé à la maturité m . Le prix zéro-coupon ou la fonction d'actualisation $B_t(m)$ est une fonction de la maturité m et du taux zéro-coupon $R_t(m)$ selon la relation suivante :

$$\begin{aligned}B_t(m) &= f(m, R_t(m)) ; \text{ avec } f(x, y) = \exp[-xy], \text{ nous obtenons :} \\ &= \exp[-m \times R_t(m)]\end{aligned}\quad (4)$$

La fonction $m \mapsto B_t(m)$ est appelée la courbe d'actualisation à la date de cotation t . Nous déduisons de la relation précédente, l'expression du taux zéro-coupon $R_t(m)$ associé au facteur d'actualisation $B_t(m)$:

$$R_t(m) = -\frac{1}{m} \times \log(B_t(m)) \quad (5)$$

La fonction $m \mapsto R_t(m)$ est appelée la courbe de rendement des obligations d'État à la date de cotation t . La relation entre le taux zéro-coupon $R_t(m)$ et le taux instantané *forward* $f_t(m)$ est donnée dans *Diebold et Li (2006)*, dont nous proposons la démonstration suivante :

$$\begin{aligned}
 f_t(m) &= \frac{dR_t(m)}{dm} \times m + R_t(m) \\
 &= \frac{d}{dm} \left(-\frac{1}{m} \times \log(B_t(m)) \right) \times m + R_t(m) \\
 &= \left(\frac{1}{m^2} \times \log(B_t(m)) - \frac{1}{m} \times \frac{B'_t(m)}{B_t(m)} \right) \times m + R_t(m) \\
 &= \left(-\frac{1}{m} \times R_t(m) - \frac{1}{m} \times \frac{B'_t(m)}{B_t(m)} \right) \times m + R_t(m) \\
 &= -R_t(m) + R_t(m) - \frac{B'_t(m)}{B_t(m)} \\
 \\
 f_t(m) &= -\frac{B'_t(m)}{B_t(m)} \tag{6}
 \end{aligned}$$

Ce qui implique que :

$$R_t(m) = \frac{1}{m} \int_0^m f_t(u) du \tag{7}$$

La structure par terme des taux d'intérêt est une *hiérarchisation* des taux en fonction de leurs échéances. Elle peut être décrite de manière équivalente par les courbes d'actualisation $m \mapsto B_t(m)$ ou de rendement des obligations $m \mapsto R_t(m)$ ou *forward* $m \mapsto f_t(m)$. Dans notre contexte, cette structure par terme sera représentée par la courbe de rendement des obligations $m \mapsto R_t(m)$.

4.2. Modélisation de la structure par terme des taux ZC à une date de cotation (t=0)

Dans la revue de littérature, nous avons présenté les modèles de taux d'intérêt utilisés dans le monde académique et professionnel. Toutefois, nous nous intéressons aux modèles de Nelson et Siegel et ses extensions. Ces choix se justifient par le fait que ces modèles sont utilisés dans le monde académique et professionnel, en raison de l'interprétation économique des paramètres de ces modèles, qui constituent une information *riche* pour les agents privés.

4.2.1 Le modèle de Nelson et Siegel (1987)

Ce modèle est préféré par les banques centrales (cf. BIS [2005]). Nelson et Siegel (NS) présenta en 1987, un modèle original en formulant une expression mathématique décrivant la dynamique des taux à terme instantanés $f_t(m)$. Cette expression est solution d'une équation différentielle du second ordre dans le cadre d'une racine double (cf. Roncalli [1998]). Le taux *forward* $f_t(m)$ instantané se définit comme suit :

$$f_t^{NS}(m) = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right) + \beta_{2,t} \left(\frac{m}{\tau_{1,t}}\right) \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right) \quad (8)$$

À partir de la relation (7), nous déduisons une expression fermée du taux zéro-coupon à la maturité m :

$$R_t^{NS}(m) = \frac{1}{m} \int_0^m f_t^{NS}(u) du$$

$$= \beta_{0,t} + (\beta_{1,t} + \beta_{2,t}) \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{m}{\tau_{1,t}}} \right] - \beta_{2,t} \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right) \quad (9)$$

Diebold et Li (2006) montrent que l'équation (9) peut être simplifiée sous la forme suivante:

$$R_t^{NS}(m) = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{m}{\tau_{1,t}}} \right] + \beta_{2,t} \left(\left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{m}{\tau_{1,t}}} \right] - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right) \right) \quad (10)$$

L'équation (10) peut être aussi réécrite en introduisant le triplet $F_t = (L_t, S_t, C_t)$, représentant les facteurs du modèle de Nelson et Siegel. Notons qu'ils sont interprétés comme des facteurs latents dynamiques par Diebold et Li (2006), ce qui permet d'obtenir la forme suivante :

$$R_t^{NS}(m) = L_t + S_t \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{m}{\tau_{1,t}}} \right] + C_t \left(\left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{m}{\tau_{1,t}}} \right] - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right) \right) \quad (11)$$

La courbe des taux sans risque dépend donc de 4 paramètres $\zeta_t = (L_t, S_t, C_t, \tau_{1,t})$. Précisons que le paramètre $\tau_{1,t}$ permet d'ajuster la **forme** de cette courbe. L'avantage du modèle de Nelson et Siegel (NS) est **l'interprétation économique de ses paramètres**. En effet :

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} R_t^{NS}(m) = L_t ; \lim_{m \rightarrow 0} (R_t^{NS}(m) - L_t) = S_t \quad (12)$$

ce qui signifie que :

- ✓ le taux long terme est représenté par le niveau de la courbe des taux : L_t
- ✓ la différence entre le taux court instantané et le taux long est représenté par la pente S_t

4.2.2 Le modèle de Svensson (1994)

Dans le papier du Bureau National de Recherche en Economie (NBER), Svensson (SV) a présenté, en septembre 1994, une extension du modèle fonctionnel de Nelson et Siegel (1987). Cette extension résulte de l'ajout d'un quatrième terme $\beta_{3,t}$ et d'un second paramètre de forme $\tau_{2,t}$ à l'expression du taux *forward* instantané $f_t(m)$, soit :

$$\beta_{3,t} \left(\frac{m}{\tau_{2,t}} \right) \exp \left(- \frac{m}{\tau_{2,t}} \right)$$

Svensson soutient que ces ajustements permettent d'améliorer la flexibilité et la précision du modèle NS (*cf.* Svensson [1994b]). Le taux *forward* instantané s'écrit sous la forme :

$$f_t^{SV}(m) = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} \exp \left(- \frac{m}{\tau_{1,t}} \right) + \beta_{2,t} \left(\frac{m}{\tau_{1,t}} \right) \exp \left(- \frac{m}{\tau_{1,t}} \right) + \beta_{3,t} \left(\frac{m}{\tau_{2,t}} \right) \exp \left(- \frac{m}{\tau_{2,t}} \right) \quad (13)$$

En utilisant la relation (7), l'expression des taux zéro-coupon devient :

$$R_t^{SV}(m) = \frac{1}{m} \int_0^m f_t^{SV}(u) du$$

$$= \beta_{0,t} + (\beta_{1,t} + \beta_{2,t}) \left[\frac{1 - \exp \left(- \frac{m}{\tau_{1,t}} \right)}{\frac{m}{\tau_{1,t}}} \right] - \beta_{2,t} \exp \left(- \frac{m}{\tau_{1,t}} \right) + \beta_{3,t} \left[\frac{1 - \exp \left(- \frac{m}{\tau_{2,t}} \right)}{\frac{m}{\tau_{2,t}}} - \exp \left(- \frac{m}{\tau_{2,t}} \right) \right] \quad (14)$$

Contrairement au modèle de Nelson Siegel, nous remarquons l'ajout de deux paramètres supplémentaires $\beta_{3,t}$ et $\tau_{2,t}$. Par conséquent, le vecteur de paramètres contient six paramètres à estimer, soit : $\zeta_t = (\beta_{0,t}, \beta_{1,t}, \beta_{2,t}, \tau_{1,t}, \beta_{3,t}, \tau_{2,t})$. En s'inspirant du modèle de Nelson Siegel, nous pouvons isoler les facteurs de la courbe des taux du modèle de Svensson, soit : $F_t = (L_t, S_t, C_{1,t}, C_{2,t})$. Ainsi, nous notons la présence de deux paramètres de courbure $C_{1,t}$ et $C_{2,t}$, par comparaison au modèle de référence Nelson Siegel. Dans ce contexte, l'équation de la courbe des taux ZC à la date de cotation t devient :

$$R_t^{SV}(m) = L_t + S_t \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{m}{\tau_{1,t}}} \right] + C_{1,t} \left(\left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{m}{\tau_{1,t}}} \right] - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right) \right) + C_{2,t} \left(\left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{2,t}}\right)}{\frac{m}{\tau_{2,t}}} \right] - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{2,t}}\right) \right) \quad (15)$$

Les paramètres du modèle de Svensson ont aussi une interprétation économique. En effet, nous pouvons aussi remarquer que :

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} R_t^{SV}(m) = L_t ; \lim_{m \rightarrow 0} (R_t^{SV}(m) - L_t) = S_t$$

4.2.3 Le modèle de Björk et Christensen (1999)

Une autre extension du modèle de Nelson et Siegel (1987) est le modèle de Björk et Christensen (BC). Dans ce modèle, la courbe des taux *forward* est définie comme suit :

$$f_t^{BC}(m) = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right) + \beta_{2,t} \left(\frac{m}{\tau_{1,t}}\right) \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right) + \beta_{3,t} \exp\left(-\frac{2m}{\tau_{1,t}}\right) \quad (16)$$

La courbe des taux *spot* correspondante est donnée par la relation suivante :

$$R_t^{BC}(m) = \frac{1}{m} \int_0^m f_t^{BC}(u) du$$

$$= \beta_{0,t} + (\beta_{1,t} + \beta_{2,t}) \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{m}{\tau_{1,t}}} \right] - \beta_{2,t} \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right) + \beta_{3,t} \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{2m}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{2m}{\tau_{1,t}}} \right] \quad (17)$$

Dans ce modèle, le vecteur de paramètres à estimer est: $\varsigma_t = (\beta_{0,t}, \beta_{1,t}, \beta_{2,t}, \beta_{3,t}, \tau_{1,t})$. Toutefois, il est possible d'interpréter $\beta_{3,t}$ comme une seconde pente. Dans ce contexte, nous pouvons penser que le modèle Björk et Christensen capture la pente de la courbe des taux ZC en combinant les pentes $\beta_{1,t}$ et $\beta_{3,t}$. En s'inspirant du modèle de Nelson Siegel, nous pouvons également isoler les facteurs de la courbe des taux du modèle de Björk et Christensen (BC), soit: $F_t = (L_t, S_{1,t}, C_t, S_{2,t})$. Ainsi, nous pouvons réécrire l'équation (17) sous la forme suivante :

$$R_t^{BC}(m) = L_t + S_{1,t} \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{m}{\tau_{1,t}}} \right] + C_t \left(\left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{m}{\tau_{1,t}}} \right] - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right) \right) + S_{2,t} \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{2m}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{2m}{\tau_{1,t}}} \right] \quad (18)$$

Ces paramètres ont une interprétation économique, comme dans le cas des modèles de Nelson et Siegel et de Svensson. Ainsi, nous remarquons que :

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} R_t^{BC}(m) = L_t ; \lim_{m \rightarrow 0} (R_t^{BC}(m) - L_t) = S_{1,t} + S_{2,t}$$

Ce qui signifie que :

- ✓ le taux long terme est représenté par le niveau de la courbe des taux : L_t
- ✓ la différence entre le taux court instantané et le taux long est : $S_{1,t} + S_{2,t}$

4.3. Méthodologie de calibrage et mesure du risque d'estimation

4.3.1. Méthodologie de calibrage

Problème d'optimisation

L'estimation des modèles de taux d'intérêt *supra* est très délicate à mettre en œuvre. Rappelons qu'une courbe des taux peut être construite à partir des prix ou des taux actuariels observés sur le marché financier. Peu importe l'approche utilisée, le but du calibrage est d'ajuster, le plus fidèlement possible, les prix P ou les taux actuariels Y observés par la fonction paramétrique adéquate. Cet ajustement se fait via un problème d'optimisation, dans lequel nous cherchons à minimiser ou maximiser une fonction objective sous des contraintes. Dans notre cas, Il s'agit de minimiser une fonction de perte (*Loss Function*) sous des contraintes. Ici, ces contraintes sont généralement des intervalles que doivent respecter les paramètres et/ou les prix zéro-coupons. Il existe dans la littérature plusieurs fonctions objectives à calibrer. En s'inspirant des travaux de Gbongué et Planchet (2015), Roncalli (1998), Martellini et al. (2003), Hladikova et Radova (2012), nous reformulons la fonction objective $H_1(\hat{P})$ et proposons de résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$Min_{\zeta} H_1(\hat{P}) = Min_{\zeta} \left[\sum_{k=1}^N \left(\frac{P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta, \zeta)}{D^k} \right)^2 \right] \quad (19)$$

Les variables $D^k, P^k(t, \theta), \hat{P}^k(t, \theta, \zeta)$ représentent respectivement la duration modifiée, les prix observé et théorique. En pratique, la difficulté réside dans la détermination d'une expression fermée du prix théorique. Cette dernière est une fonction de plusieurs paramètres ζ à estimer.

Procédures de calibrage des modèles de taux ZC à une date de cotation

❖ **Le modèle de Nelson et Siegel (1987)**

Dans le modèle de Nelson et Siegel (NS), le problème d'optimisation à résoudre à la date de cotation t se formule comme suit :

$$\begin{aligned}
 \underset{\zeta_t^{NS}=(L_t, S_t, C_t, \tau_{1,t})}{Min} H_1(\hat{P}) &= \underset{\zeta_t^{NS}=(L_t, S_t, C_t, \tau_{1,t})}{Min} \left(\sum_{k=1}^N \left(\frac{P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta, \zeta_t^{NS})}{D^k} \right)^2 \right) \\
 \text{S.C} &\left\{ \begin{array}{l} \text{UFR} \leq L_t \leq 15 \\ -15 \leq S_t \leq \delta - \text{UFR} \\ -30 \leq C_t \leq 30 \\ 0 \leq \tau_{1,t} \leq 30 \end{array} \right. \quad (20)
 \end{aligned}$$

Pour ce faire, il nécessite de valoriser le prix théorique $\hat{P}^k(t, \theta, \zeta_t^{NS})$ à la date de cotation t , en supposant l'absence du risque souverain. Dans ce contexte, l'équation (2) est justifiée et est utilisée pour valoriser l'obligation souveraine sans risque de défaut de l'émetteur, avec comme valeur faciale 100 :

$$\begin{aligned}
 &\hat{P}^k(t, \theta, \zeta_t^{NS}) \\
 &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} C^k \times e^{-m \times R_t^{NS}(m)} + 100 \times e^{-([\theta]+1) \times R_t^{NS}([\theta]+1)} \\
 &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} C^k \times e^{-m \times \left(L_t + S_t \frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{m}{\tau_{1,t}}} + C_t \frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{m}{\tau_{1,t}}} - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right) \right)} \\
 &\quad + 100 \times e^{-([\theta]+1) \times \left(L_t + S_t \frac{1 - \exp\left(-\frac{([\theta]+1)}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{([\theta]+1)}{\tau_{1,t}}} + C_t \frac{1 - \exp\left(-\frac{([\theta]+1)}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{([\theta]+1)}{\tau_{1,t}}} - \exp\left(-\frac{([\theta]+1)}{\tau_{1,t}}\right) \right)} \quad (21)
 \end{aligned}$$

La procédure de détermination des paramètres NS optimaux $\zeta_t^{opt} = (L_t^{opt}, S_t^{opt}, C_t^{opt}, \tau_{1,t}^{opt})$ suit les étapes ci-dessous :

Étape 1 : Déterminer les paramètres (L_t, S_t, C_t) pour les valeurs de $\tau_{1,t}$ entre 0 et 30. Pour chaque valeur de $\tau_{1,t}$ entre 0 et 30, les paramètres s'obtiennent en minimisant la fonction objective $H_1(\hat{P})$ sous contraintes. Notons que l'UFR s'obtient en formulant des hypothèses sur le taux de croissance réel de long terme et le taux d'inflation. Nous reviendrons sur ce point dans l'application numérique. Le paramètre δ est le taux directeur de la BCEAO ou le taux zéro-coupon de maturité nulle $m=0$. Ce taux directeur est fixé par les autorités monétaires en fonction des prévisions de croissance et d'inflation. Ce problème est résolu par la méthode d'optimisation

limited memory modification of the Broyden Fletcher Goldfarb Shanno (L-BFGS-B) proposée par Byrd et al. (1995), avec comme valeurs initiales $\zeta^{initiale} = (0.02, -0.03, 0.01)$.

Étape 2 : Retenir les paramètres Nelson et Siegel qui respectent les conditions $L_t > 0$ et $L_t + S_t > 0$, pour la valeur la plus faible de $H_1(\hat{P})$ et déduire la valeur de $\tau_{1,t}$ correspondante. Ces paramètres sont les paramètres NS optimaux recherchés.

❖ **Le modèle de Svensson (1994)**

Le problème d'optimisation à résoudre dans le modèle de Svensson (SV) diffère légèrement du modèle NS par le nombre de contraintes sur les paramètres. En pratique, il se décrit comme suit :

$$\begin{aligned}
 \underset{\zeta^{SV}=(L_t, S_t, C_{1,t}, \tau_{1,t}, C_{2,t}, \tau_{2,t})}{Min} \quad H_2(\hat{P}) &= \underset{\zeta}{Min} \left(\sum_{k=1}^N \left(\frac{P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta, \zeta_t^{SV})}{D^k} \right)^2 \right) \\
 \text{S.C} \quad &\left\{ \begin{aligned} &UFR \leq L_t \leq 15 \\ &-15 \leq S_t \leq \delta - UFR \\ &-30 \leq C_{1,t} \leq 30 \\ &-30 \leq C_{2,t} \leq 30 \\ &0 \leq \tau_{1,t} \leq 30 \\ &0 \leq \tau_{2,t} \leq 30 \end{aligned} \right. \tag{22}
 \end{aligned}$$

Par analogue au modèle NS, le prix théorique SV se valorise de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 &\hat{P}^k(t, \theta, \zeta_t^{SV}) \\
 &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} C^k \times e^{-m \times R_t^{SV}(m)} + 100 \times e^{-([\theta]+1) \times R_t^{SV}([\theta]+1)} \\
 &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} C^k \times e^{-m \times \left(L_t + S_t \times \frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{m}{\tau_{1,t}}} + C_{1,t} \times \frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{m}{\tau_{1,t}}} - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right) + C_{2,t} \times \frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{2,t}}\right)}{\frac{m}{\tau_{2,t}}} - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{2,t}}\right) \right)} \\
 &+ 100 \times e^{-([\theta]+1) \times \left(L_t + S_t \times \frac{1 - \exp\left(-\frac{([\theta]+1)}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{([\theta]+1)}{\tau_{1,t}}} + C_{1,t} \times \frac{1 - \exp\left(-\frac{([\theta]+1)}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{([\theta]+1)}{\tau_{1,t}}} - \exp\left(-\frac{([\theta]+1)}{\tau_{1,t}}\right) + C_{2,t} \times \frac{1 - \exp\left(-\frac{([\theta]+1)}{\tau_{2,t}}\right)}{\frac{([\theta]+1)}{\tau_{2,t}}} - \exp\left(-\frac{([\theta]+1)}{\tau_{2,t}}\right) \right)} \tag{23}
 \end{aligned}$$

Pour estimer les paramètres optimaux de Svensson $\zeta_t^{opt} = (L_t^{opt}, S_t^{opt}, C_{1,t}^{opt}, \tau_{1,t}^{opt}, C_{2,t}^{opt}, \tau_{2,t}^{opt})$, nous fixons dans un premier temps $\tau_1 = \tau_1^{NS}$. Dans un second temps, nous suivons les étapes suivantes :

Étape 1 : Déterminer les paramètres $(L_t, S_t, C_{1,t}, C_{2,t})$ pour les valeurs de τ_2 entre 0 et 30. Pour $\tau_1 = \tau_1^{NS}$ et chaque valeur de τ_2 entre 0 et 30, les paramètres s'obtiennent en minimisant la fonction objective $H_2(\hat{P})$ sous contraintes. Ce problème d'optimisation est aussi résolu par la méthode L-BFGS-B, avec comme valeurs initiales les paramètres *supra* du modèle NS et $C_2 = 0.01$, soit : $\zeta_t^{initiale} = (L_t^{NS}, S_t^{NS}, C_t^{NS}, 0.01)$.

Étape 2 : Retenir les paramètres de Svensson qui respectent les conditions $L_t > 0$ et $L_t + S_t > 0$ pour la valeur la plus faible de $H_2(\hat{P})$ et déduire la valeur de $\tau_{2,t}$ correspondante. Dans ce contexte, nous obtenons les paramètres Svensson optimaux.

❖ **Le modèle de Björk et Christensen (1999)**

La détermination des paramètres du modèle de Björk et Christensen (1999) se fait de la même manière que celle du modèle de Nelson et Siegel (1987), à quelques différences près. En premier lieu, nous devons résoudre le problème d'optimisation ci-dessous :

$$\begin{aligned}
 \underset{\zeta_t^{BC} = (L_t, S_{1,t}, C_t, \tau_{1,t}, S_{2,t})}{Min} H_3(\hat{P}) &= \underset{\zeta_t^{BC} = (L_t, S_{1,t}, C_t, \tau_{1,t}, S_{2,t})}{Min} \left\{ \sum_{k=1}^N \left(\frac{P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta, \zeta_t^{BC})}{D^k} \right)^2 \right\} \\
 \text{S.C} \quad &\left\{ \begin{array}{l} \text{UFR} \leq L_t \leq 15 \\ \frac{(\delta - \text{UFR})}{2} \leq S_{1,t} \leq 30 \\ -15 \leq C_t \leq 30 \\ \frac{(\delta - \text{UFR})}{2} \leq S_{2,t} \leq 30 \\ 0 \leq \tau_{1,t} \leq 30 \end{array} \right. \quad (24)
 \end{aligned}$$

La résolution de l'équation (24) nécessite naturellement la valorisation du prix théorique $\hat{P}^k(t, \theta, \zeta_t^{BC})$, ce qui aboutit à l'expression mathématique suivante :

$$\begin{aligned}
 & \hat{P}^k(t, \theta, \zeta_t^{BC}) \\
 &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} C^k \times e^{-m \times R_t^{BC}(m)} + 100 \times e^{-([\theta]+1) \times R_t^{BC}([\theta]+1)} \\
 &= \sum_{m=1}^{[\theta]+1} C^k \times e^{-m \times \left(L_t + S_{1,t} \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{m}{\tau_{1,t}}} \right] + C_t \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{m}{\tau_{1,t}}} \right] - \exp\left(-\frac{m}{\tau_{1,t}}\right) + S_{2,t} \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{2m}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{2m}{\tau_{1,t}}} \right] \right)} \\
 &+ 100 \times e^{-([\theta]+1) \times \left(L_t + S_{1,t} \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{([\theta]+1)}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{([\theta]+1)}{\tau_{1,t}}} \right] + C_t \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{([\theta]+1)}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{([\theta]+1)}{\tau_{1,t}}} \right] - \exp\left(-\frac{([\theta]+1)}{\tau_{1,t}}\right) + S_{2,t} \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{2([\theta]+1)}{\tau_{1,t}}\right)}{\frac{2([\theta]+1)}{\tau_{1,t}}} \right] \right)}
 \end{aligned} \tag{25}$$

Pour estimer les paramètres optimaux de ce modèle, nous suivons *en second lieu* la démarche suivante :

Étape 1 : Déterminer les paramètres $(L_t, S_{1,t}, C_t, S_{2,t})$ pour les valeurs de $\tau_{1,t}$ entre 0 et 30. Pour chaque valeur de $\tau_{1,t}$ entre 0 et 30, les paramètres s'obtiennent en minimisant la fonction objective $H_3(\hat{P})$ sous contraintes. Ce problème d'optimisation est également résolu par la méthode L-BFGS-B, avec comme valeurs initiales les paramètres *supra* du modèle NS et $S_{2,t} = 0.01$, soit :

$$\zeta_t^{initiale} = (L_t^{NS}, S_{1,t}^{NS}, C_t^{NS}, 0.01)$$

Étape 2 : Retenir les paramètres de Björk et Christensen qui respectent les conditions $L_t \succ 0$ et $L_t + S_{1,t} + S_{2,t} \succ 0$, pour la valeur la plus faible de $H_3(\hat{P})$ et déduire la valeur de $\tau_{1,t}$ correspondante. Ainsi, nous déduisons les paramètres de Björk et Christensen optimaux

$$\zeta_t^{opt} = (L_t^{opt}, S_{1,t}^{opt}, C_t^{opt}, S_{2,t}^{opt}, \tau_{1,t}^{opt})$$

4.3.2 Mesure du risque d'estimation

Définir un critère quantitatif d'appréciation de la qualité de l'ajustement permet *in fine* de comparer plusieurs modèles candidats et d'en retenir le meilleur. Dans la littérature, la comparaison des modèles de construction d'une courbe des taux sans risque peut se faire selon deux approches : l'approche graphique et l'approche quantitative.

Nous retrouvons l'approche graphique dans Stander (2005). Elle compare graphiquement les modèles de Mcculloch-Kochin, Carriere-Gompertz et Cairns. Elle remarque que seul le modèle de Carriere-Gompertz ne converge pas sur le long terme. En outre, la méthode graphique ne lui

permet pas de retenir le meilleur parmi les modèles de Mcculloch-Kochin et Cairns. D'autres critères (souplesse, complexité, etc.) ont permis finalement de retenir le modèle de Cairns.

Une autre manière de choisir le meilleur modèle est l'approche quantitative *via* le calcul des *indicateurs de dispersion*. Une littérature abondante existe sur ce sujet. Le lecteur pourra les retrouver dans Brousseau (2002), Anderson et Sleath (2001), Dempster et al. (2015), Aljinovic et al. (2012), Kovachev et Simeonov (2014), Bolder et Streliski (1999), Navas (2005), Hladíková et Radová (2012), Martellini et al. (2005).

Kovachev et Simeonov (2014) utilisent trois indicateurs pour évaluer la qualité d'ajustement des modèles de Svensson et VRP (*Variable Roughness Penalty*). Ces indicateurs sont : Mean squared error (MSE), Root mean squared error (RMSE) et Theil-U-statistic. En outre, Navas (2005) compare les modèles de Longstaff et Schwartz (1992), Schaefer et Schwartz (1984), Cox, Ingersoll, et Ross (1985b), en utilisant le Mean Absolute Percentage Error (MAPE) et le coefficient de détermination R^2 .

La liste des indicateurs *supra* peut être complétée par deux autres indicateurs que sont : l'AIC (Akaike Information Criterion) et le BIC (Bayesian Information Criterion) ou SBC (Schwartz Bayes Criterion). Une littérature abondante existe sur ce sujet. Nous pouvons citer entre autres Christensen (2015), Cairns (1997), Vazquez et al. (2014), Rosadi et al. (2010). Les indicateurs retenus dans cette sous-section sont résumés dans le tableau ci-dessous :

Indicateurs	Expression
Theil-U-statistic	$U = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^N \frac{(P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta))^2}{N}}}{\sqrt{\sum_{k=1}^N \frac{(\hat{P}^k(t, \theta))^2}{N} + \sum_{k=1}^N \frac{(P^k(t, \theta))^2}{N}}}$
Mean absolute percentage error	$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{ P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta) }{P^k(t, \theta)}$
Coefficient de variation²¹	$CV = \frac{\sigma(X_1, \dots, X_N)}{E(X_1, \dots, X_N)}$ $\forall k = 1, \dots, N ; X_k = [P^k(t, \theta) - \hat{P}^k(t, \theta)]^2$

Tab. 1 : Les mesures de la qualité de l'ajustement

Dans l'application numérique, nous retenons le Mean Absolute Percentage Error (MAPE) et le Theil-U-Statistic comme des mesures de qualité de l'ajustement. En pratique, nous optons pour ces indicateurs de qualité, parce qu'ils sont adaptés à la méthodologie de construction de la courbe des taux ZC (approche par les prix) retenue dans cet article. Toutefois, le coefficient de variation CV sera considéré comme un indicateur de robustesse.

²¹ Il est perçu comme une mesure relative de variabilité ou de dispersion et est appelé risque unitaire en gestion quantitative des risques. Pour des informations complémentaires, cf. Marceau (2013).

4.4. Application de la courbe des taux ZC de référence - le modèle dynamique de Nelson et Siegel (Diebold et Li [2006])

Une application de la courbe des taux ZC de référence est la détermination de la courbe des taux dynamique, à travers la prévision de ses facteurs. En se référant à Diebold et al. [2006], l'équation (11) peut s'écrire sous la forme d'un modèle espace d'état de la forme :

$$F_{t+1} - \mu = A (F_t - \mu) + \eta_{t+1} \tag{26}$$

Cette équation peut être *naturellement* réécrite de la manière suivante :

$$F_{t+1} = \mu + A F_t + \eta_{t+1} \tag{27}$$

$$\eta_{t+1} \square N(0, \Sigma_\eta)$$

Les erreurs du modèle η_{t+1} sont de moyenne nulle, c'est-à-dire $E(\eta_{t+1}) = 0$, avec comme

matrice de covariance $\Sigma_\eta = E(\eta_{t+1} \eta_{t+1}')$. Ainsi, nous pouvons prévoir la dynamique des taux sans risque à la date de cotation t , par la relation ci-dessous :

$$R_{t+1}(m) = \Lambda F_{t+1} + \varepsilon_{t+1} \tag{28}$$

$$\varepsilon_{t+1} \square N(0, H)$$

Avec ε_{t+1} les erreurs du modèle et H sa matrice de covariance. De ce qui précède, nous pouvons affirmer que la construction de la courbe des taux dynamique dans le modèle de Nelson Siegel, requiert *en amont* la détermination de l'évolution du vecteur F_t . En aval, la dynamique des taux sans risque dans le modèle Nelson Siegel, est calculée de la manière suivante :

$$F_{t+1} = \begin{pmatrix} L_{t+1} \\ S_{t+1} \\ C_{t+1} \\ \tau_{1,t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_L \\ \mu_S \\ \mu_C \\ \mu_{\tau_1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{14} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{41} & \dots & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_t \\ S_t \\ C_t \\ \tau_{1,t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \eta_{L,t+1} \\ \eta_{S,t+1} \\ \eta_{C,t+1} \\ \eta_{\tau_{1,t+1}} \end{pmatrix} \tag{29}$$

$$\begin{pmatrix} R_{t+1}(m_1) \\ \vdots \\ R_{t+1}(m_N) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1 - e^{-m_1/\tau_{1,t+1}}}{m_1/\tau_{1,t+1}} & \frac{1 - e^{-m_1/\tau_{1,t+1}}}{m_1/\tau_{1,t+1}} - e^{-m_1/\tau_{1,t}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{1 - e^{-m_N/\tau_{1,t+1}}}{m_N/\tau_{1,t+1}} & \frac{1 - e^{-m_N/\tau_{1,t+1}}}{m_N/\tau_{1,t+1}} - e^{-m_N/\tau_{1,t+1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_{t+1} \\ S_{t+1} \\ C_{t+1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t+1} \\ \dots \\ \varepsilon_{N,t+1} \end{pmatrix} \tag{30}$$

Souvent, les praticiens incluent les variables économiques et financières dans la prévision des composants du vecteur F_t , afin d'améliorer la qualité des paramètres futurs²². Dans un souci de

²² Ce résultat n'est plus à démontrer. Les scientifiques sont unanimes sur le fait que l'introduction des grandeurs économiques et financières améliore la prévision des paramètres du modèle NS.

simplification, nous privilégions la modélisation stochastique, afin d'appréhender la dynamique des facteurs, au regard de sa capacité à simuler plusieurs trajectoires de ces variables à l'aide de la simulation de Monte Carlo, permettant ainsi de réduire leur incertitude.

4.4.1. Préviation du niveau et de la pente

Les travaux de Rudebusch et Wu (2008) mettent en évidence une *relation mathématique* entre le niveau L_t et la pente S_t de la courbe des taux zéro-coupon. Cette situation justifie la proposition du modèle de Hull et White (HW) à 2 facteurs (1994), étant donné la forte corrélation qui existe entre ces deux facteurs. En effet, le modèle HW à 2 facteurs (1994) est une extension du modèle HW à un facteur, contenant un retour à la moyenne stochastique. Dans ce modèle, le taux court terme s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} dr_t &= (\theta [t] + u_t) dt + \sigma_1 dB_{1,t} \\ du_t &= -bu_t dt + \sigma_2 dB_{2,t} \end{aligned} \quad (31)$$

Nous remarquons que le taux court terme r_t revient à un niveau de retour $(\theta [t] + u_t)$ qui dépend du temps. La considération de u_t comme un processus stochastique dans la seconde équation, signifie que le niveau de retour à la moyenne est aussi variable. Ahlgrim et al. (2005) proposent un cas *simple* de ce modèle pour modéliser simultanément les taux longs et courts réels, à savoir :

$$\begin{aligned} dr_t &= \kappa_r (l_t - r_t) dt + \sigma_r dB_r \\ dl_t &= \kappa_l (\mu_l - l_t) dt + \sigma_l dB_l \end{aligned} \quad (32)$$

Cette approche est reprise dans cet article pour modéliser simultanément la dynamique du niveau L_t et de la pente S_t de la courbe des taux zéro-coupon de référence dans la zone UEMOA. Ainsi, nous proposons les équations suivantes :

$$\begin{aligned} dS_t &= \kappa_s (L_t - S_t) dt + \sigma_s dB_s \\ dL_t &= \kappa_L (\mu_L - L_t) dt + \sigma_L dB_L \end{aligned} \quad (33)$$

Pour discrétiser ces processus stochastiques, nous utilisons *naturellement* le schéma d'Euler, dans un souci de simplification²³. Dans ce contexte, nous pouvons écrire que :

$$\begin{aligned} \Delta S_t &= \kappa_s (L_t - S_t) \Delta t + \sigma_s \varepsilon_{S,t} \sqrt{\Delta t} \\ \Delta L_t &= \kappa_L (\mu_L - L_t) \Delta t + \sigma_L \varepsilon_{L,t} \sqrt{\Delta t} \end{aligned} \quad (34)$$

L'équation (34) permet de mettre en évidence la variation du niveau et de la pente, que nous pouvons réécrire sous la forme suivante :

²³ Toutefois, le lecteur pourra consulter GBONGUE et al. (2017) pour un exposé sur la discrétisation exacte.

$$\begin{aligned}
 S_{t+1} - S_t &= \kappa_S (L_t - S_t) \Delta t + \sigma_S \varepsilon_{S,t} \sqrt{\Delta t} \\
 &= (\kappa_S L_t - \kappa_S S_t) \Delta t + \sigma_S \varepsilon_{S,t} \sqrt{\Delta t} \\
 L_{t+1} - L_t &= \kappa_L (\mu_L - L_t) \Delta t + \sigma_L \varepsilon_{L,t} \sqrt{\Delta t} \\
 &= (\kappa_L \mu_L - \kappa_L L_t) \Delta t + \sigma_L \varepsilon_{L,t} \sqrt{\Delta t} \quad (35)
 \end{aligned}$$

L'équation de simulation de ces processus devient :

$$\begin{aligned}
 S_{t+1} &= S_t + (\kappa_S L_t - \kappa_S S_t) \Delta t + \sigma_S \varepsilon_{S,t} \sqrt{\Delta t} \\
 &= \kappa_S L_t \Delta t + (1 - \kappa_S \Delta t) S_t + \sigma_S \varepsilon_{S,t} \sqrt{\Delta t} \\
 L_{t+1} &= L_t + (\kappa_L \mu_L - \kappa_L L_t) \Delta t + \sigma_L \varepsilon_{L,t} \sqrt{\Delta t} \\
 &= \kappa_L \mu_L \Delta t + (1 - \kappa_L \Delta t) L_t + \sigma_L \varepsilon_{L,t} \sqrt{\Delta t} \quad (36)
 \end{aligned}$$

Pour calibrer ces processus, nous les réécrivons sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 S_{t+1} &= \alpha_0 L_t + \alpha_1 S_t + \varepsilon'_{S,t} \\
 L_{t+1} &= \beta_0 + \beta_1 L_t + \varepsilon'_{L,t} \quad (37)
 \end{aligned}$$

Les méthodes traditionnelles de régression (MCO) ne sont pas possibles, étant donné la dépendance entre la pente et le niveau. Ainsi, pour estimer ces équations simultanées, nous allons procéder en deux étapes, comme mentionné ci-dessous :

$$\begin{cases}
 L_{t+1} = \beta_0 + \beta_1 L_t + \varepsilon'_{L,t} \\
 \Delta S_{t+1} = \alpha_0 (\hat{L}_t - S_t) + \varepsilon'_{S,t}
 \end{cases} \quad (38)$$

L'estimation des paramètres de l'équation (38) se fait à l'aide de la méthode des doubles moindres carrés (DMC). Pour revenir au modèle initial, les paramètres estimés sont transformés. Nous déduisons alors :

- La vitesse de retour à la moyenne du niveau : $\kappa_L = \frac{1 - \beta_1}{\Delta t}$
- Le niveau moyen : $\mu_L = \frac{\beta_0}{\kappa_L \Delta t}$
- L'écart type de l'erreur du niveau $\hat{\sigma}_L$ est égal à l'écart type de l'erreur du modèle $\varepsilon'_{L,t}$ estimé divisé par : $\varepsilon_{L,t} \sqrt{\Delta t}$
- La vitesse de retour à la moyenne de la pente $\kappa_S = \frac{\alpha_0}{\Delta t}$
- L'écart type de l'erreur de la pente $\hat{\sigma}_S$ est égal à l'écart type de l'erreur du modèle $\varepsilon'_{S,t}$ estimé divisé par : $\varepsilon_{S,t} \sqrt{\Delta t}$

4.4.2. Prédiction de la courbure et du paramètre de forme

Dans la pratique, le paramètre de forme $\tau_{1,t}$ est influencé par la courbure C_t dans le modèle NS. Etant donné la corrélation entre ces variables, nous retenons également le modèle de Hull et White à deux facteurs, présenté dans la sous-sous-section précédente. Ainsi, nous proposons les relations suivantes :

$$\begin{aligned} d\tau_{1,t} &= \kappa_\tau (C_t - \tau_{1,t}) dt + \sigma_\tau dB_\tau \\ dC_t &= \kappa_c (\mu_c - C_t) dt + \sigma_c dB_c \end{aligned} \quad (39)$$

La résolution de l'équation (39) est analogue à la méthodologie décrite précédemment. En effet, l'estimation du vecteur de paramètres $\xi = (\hat{\kappa}_c, \hat{\mu}_c, \hat{\sigma}_c, \hat{\kappa}_\tau, \hat{\sigma}_\tau)$ implique *naturellement* la résolution du système d'équation ci-dessous :

$$\begin{cases} C_{t+1} = \varphi_0 + \varphi_1 C_t + \varepsilon'_{C,t} \\ \Delta \tau_{1,t+1} = \gamma_0 (\hat{C}_t - \tau_{1,t}) + \varepsilon'_{\tau,t} \end{cases} \quad (40)$$

V. ANALYSE EMPIRIQUE

Dans cette section, nous appliquons dans un premier temps la méthodologie ci-dessus, afin de construire la courbe des taux ZC de référence de la zone UEMOA au 31/12/2017²⁴, en s'appuyant sur les obligations d'État en circulation à la bourse régionale des valeurs mobilières (BRVM). Ici, nous présentons les données utilisées, les résultats du calibrage et de la qualité des modèles de taux et l'analyse de la sensibilité. Nous constatons que la courbe des taux ZC proposée reflète la réalité économique et financière de la zone UEMOA.

Dans un second temps, nous répliquons cette méthodologie sur les données mensuelles couvrant la période du 31/01/2012 au 31/12/2017. Ainsi, nous obtenons une base de données historique des facteurs de la courbe des taux ZC de référence dans la zone UEMOA. Sur ces données, nous appliquons la modélisation stochastique afin de prévoir la dynamique de ces facteurs.

5.1. Présentation des données

Nous avons reçu 30 fichiers Excel²⁵ de la Société de Gestion et d'Intermédiation (SGI) de la Société Ivoirienne de Banque (SIB) et une fiche technique²⁶ des obligations d'État de la Bourse régionale des valeurs mobilières (BRVM). La construction de la base de données²⁷ s'est faite en premier lieu, par la sélection des obligations d'États²⁸. Puis nous avons calculé les intérêts courus,

²⁴ Le choix de cette date est arbitraire. Notre base de données correspond aux données de fin de mois, couvrant la période de Janvier 2012 à Décembre 2017.

²⁵ Les fichiers Excel contiennent les prix, les dates de cotation et les dates de maturité de toutes les obligations (États et Entreprise) en circulation sur la BRVM sur la période 2012-2017 et la courbe est construite au 31/12/2017.

²⁶ La fiche technique contient les codes des obligations, les dates d'émission, les dates de jouissance, les tableaux d'amortissement de toutes les obligations de la BRVM.

²⁷ La base de données comprend des données à la date de cotation 31/12/2017.

²⁸ Pour chacune de ces obligations, nous avons ajouté à la base de données les champs suivants : Code de l'obligation, les dates de cotation, d'émission, de maturité, les prix et le taux coupon.

les prix de marché, les durées de vie résiduelle et les maturités (en année) de ces obligations. La base de données finale comprend les champs suivants :

- Le code de l'obligation est un symbole unique attribué à une obligation d'un État. Par exemple, les obligations ivoiriennes et sénégalaises commencent respectivement par TPCI et EOS, suivies d'un chiffre,
- Les dates de cotation, d'émission²⁹, de jouissance³⁰ et de maturité³¹,
- Le prix coté et de marché³² de l'obligation,
- Le taux coupon,
- Les intérêts courus,
- La durée de vie résiduelle de l'obligation (en année)³³,
- La maturité de l'obligation (en année)³⁴.

Au 31/12/2017, nous avons 18 obligations en circulation à la BRVM, comprenant les émetteurs suivants : Côte d'Ivoire (9), Sénégal (4), Mali (2), Burkina Faso (2) et Benin (1). Les statistiques descriptives sont résumées dans le tableau ci-dessous :

	Min	Max	1 ^{er} Quantile	Médiane	Moyenne	3 ^{ème} Quantile
Prix de marché	100,2	105	100,6	102,1	102,3	104,1
Coupon (%)	5,85	6,70	5,99	6,30	6,27	6,50
Durée de vie résiduelle	0,93	11,26	3,66	5,95	6,23	8,78
Maturité	5	12	7	8	8,44	10

Tab. 2 : Statistiques descriptives des données des obligations souveraines de l'UEMOA au 31/12/2017

5.2. Courbe des taux zéro-coupon de référence à une date de cotation

A partir des données du 31/12/2017, nous construisons la courbe des taux sans risque de référence de la zone UEMOA³⁵ à une date de cotation, à partir des modèles décrits dans les sous-sections 4.2 et 4.3. Pour ce faire, nous formulons les hypothèses suivantes :

²⁹ C'est la date à laquelle l'obligation a été émise sur le marché financier.

³⁰ Il s'agit la date de paiement des coupons.

³¹ C'est la date de remboursement du capital par l'émetteur.

³² C'est la somme du prix coté et de l'intérêt couru.

³³ C'est la différence entre les dates de maturité et de cotation.

³⁴ C'est la différence entre les dates de maturité et d'émission.

³⁵ Dans une union économique et monétaire, la construction de la courbe des taux ZC de référence de l'UEMOA est justifiable. De plus, elle est fondamentale dans l'élaboration de la courbe des taux de chaque pays de l'union, à travers la détermination des primes de risques, qui matérialisent le profil de risque de ces pays. En clair, la courbe des taux de chaque pays de l'union s'obtient par la sommation de la courbe des taux ZC de référence et des primes de risques implicites.

- Les émetteurs sont de qualité similaire, ce qui justifie la valorisation du prix des obligations souveraines par l'équation 2.
- $UFR = 6,2 \%$ ³⁶, ce qui permet de contrôler le taux long terme.
- $\delta = 2,5 \%$ ³⁷. Il s'agit du taux directeur ou taux minimum de soumission fixé par la banque centrale (BCEAO), correspondant au taux d'intérêt à la maturité nulle.

5.2.1. Calibrage des modèles de taux dans la zone UEMOA

Le tableau ci-dessous donne les valeurs des paramètres obtenues à partir des modèles de Nelson et Siegel (1987), Svensson (1994) et Björk et Christensen (1999), appliqués sur les données de la zone UEMOA au 31/12/2017 :

Paramètres à t = 31/12/2017	Nelson Siegel (en pourcentage)	Svensson (en pourcentage)	Björk et Christensen (en pourcentage)
\hat{L}_t	6,2	6,2	6,2
\hat{S}_t ou $\hat{S}_{1,t}$	-3,7	-3,7	-1,85
\hat{C}_t ou $\hat{C}_{1,t}$	0,15	6,22	-0,564
$\hat{C}_{2,t}$ ou $\hat{S}_{2,t}$	Non Disponible	-3,7	-1,85
$\hat{\tau}_{1,t}$	1,1	1,1	1,2
$\hat{\tau}_{2,t}$	Non Disponible	2,8	Non Disponible

Tab. 3 : Estimation des paramètres des modèles de Nelson et Siegel et extensions au 31/12/2017

5.2.2. Analyse de la qualité d'ajustement

Pour mesurer le risque d'estimation de ces modèles, nous utilisons deux indicateurs que sont le **Theil-U-Statistic** et le Mean Absolute Percentage Error (MAPE) (cf. Kovachev et Simeonov [2014], Navas [2005]). Avec des erreurs d'estimation inférieures à 5%, nous pouvons conclure que les modèles de Nelson Siegel³⁸, Svensson et Björk et Christensen s'ajustent aux données de l'UEMOA à la date de cotation du 31/12/2017, comme l'illustre le tableau ci-dessous :

³⁶ Cette valeur est déterminée sur des hypothèses cohérentes de croissance et d'inflation sur le long terme. Sur recommandation d'experts (directeurs des activités de marché, etc.), nous avons choisi un taux de croissance réel de 4,2 % et un taux d'inflation de 2%. En outre, ces choix sont corrigés progressivement de sorte que la courbe de taux finale obtenue permette in fine de retrouver les données d'un émetteur de référence en l'occurrence la Côte d'Ivoire car il est le moteur de la croissance économique de la zone UEMOA. Cette approche est retenue dans la pratique pour la construction des courbes des taux ZC. Par exemple, les hypothèses retenues dans la zone Euro depuis une dizaine d'années sont : taux de croissance réel long terme (2,2%) et inflation (2 %).

³⁷ Voir <http://www.bceao.int/Instruments-de-mise-en-oeuvre-de.html>

³⁸ Toutefois, nous retenons le modèle de Nelson et Siegel pour la suite de cet article, voir la Section III.

Tableau 4 : Indicateurs de mesure de la qualité d’ajustement des modèles UEMOA au 31/12/2017

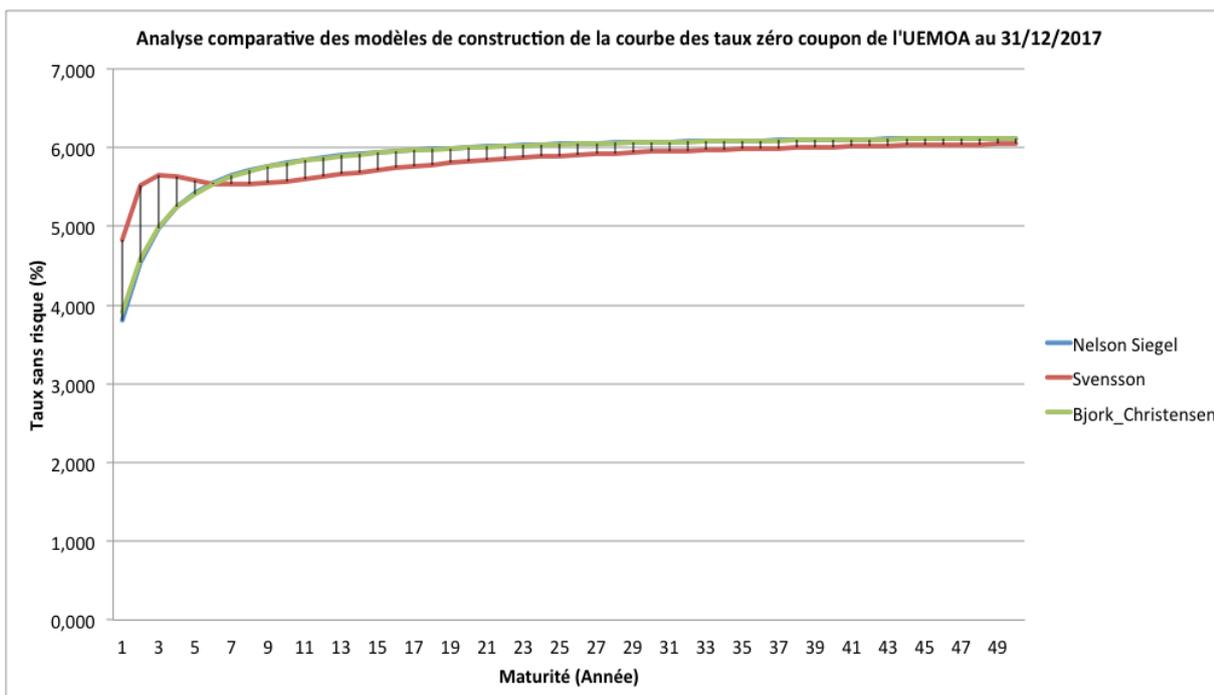
Statistiques	NELSON SIEGEL (en pourcentage)	SVENSSON (en pourcentage)	BJÖRK et CHRISTENSEN (en pourcentage)
THEIL-U-STATISTIC	1,296	1,15	1,28
MAPE	2,116	1,89	2,1
Coefficient de variation	1,17	1,15	1,16

Toutefois, l’analyse du risque d’estimation révèle que le modèle de Svensson s’ajuste le mieux aux données de la zone UEMOA, même si les écarts des erreurs d’estimation par rapport au modèle de référence (Nelson et Siegel) sont très faibles. Ce résultat est aussi confirmé par les valeurs du coefficient de variation. Ainsi, nous proposons le modèle de Svensson pour la construction de la courbe des taux sans risque de l’UEMOA au 31/12/2017. Rappelons que ce résultat est en accord avec les conclusions de nombreuses banques centrales, dont la banque de France, la BCE, etc. Cependant les autres modèles peuvent également être utilisés en ce sens que les écarts des erreurs d’estimation sont acceptables par rapport au modèle de référence.

5.2.3. Evolution de la courbe des taux zéro-coupon de l’UEMOA au 31/12/2017

Nous remarquons que la courbe des taux ZC de l’UEMOA est croissante (pente positive), ce qui est conforme à la situation économique actuelle, marquée par une inflation faible, une croissance forte et un niveau *plutôt* acceptable de la dette publique. La figure 1 ci-dessous illustre cette assertion :

Figure 1 : Evolution des courbes des taux ZC de l’UEMOA au 31/12/2017 sous plusieurs modèles

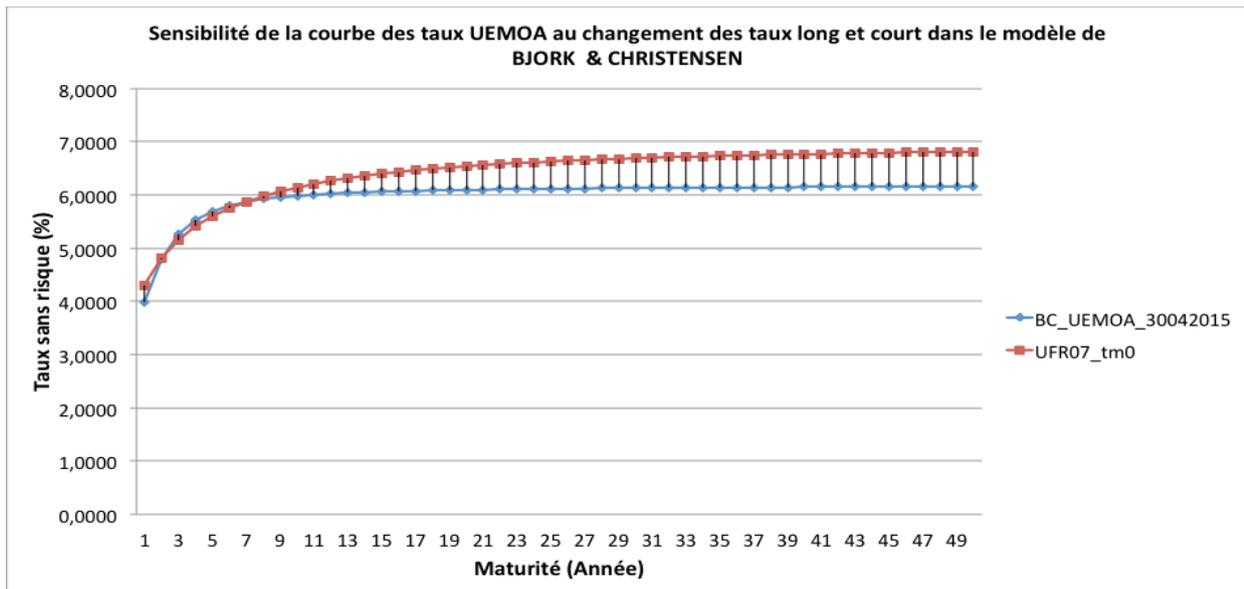


5.2.4. Analyse de sensibilité

Dans la pratique, la courbe des taux zéro-coupon est sensible aux paramètres suivants : la structure des données disponibles à la date de cotation, le modèle de taux utilisé et les hypothèses intervenant dans l'ajustement de ces modèles. Toutefois, des différences notables sont observées lorsque les hypothèses de construction sont modifiées. Dans ce contexte, l'expert doit formuler les bonnes hypothèses afin d'obtenir une courbe des taux qui reflète la réalité de son espace économique.

Ces hypothèses concernent *principalement* l'évolution des taux long et court terme, ainsi que les bornes associées aux paramètres de ces modèles de taux. Pour preuve, si nous fixons la date de cotation au 30/04/2015 et supposons que les taux long et court convergent respectivement vers 7% et 0 %, les bornes des paramètres restant inchangées³⁹, nous pouvons observer dans le modèle de Bjork et Christensen, un déplacement de la courbe des taux ZC vers le haut. Cette situation se matérialise par la courbe en *rouge*, comme l'illustre le graphique ci-dessous :

Figure 2 : Sensibilité de la courbe des taux sans risque de l'UEMOA au changement des taux long et court dans le modèle de BJORK et CHRISTENSEN au 30/04/2015

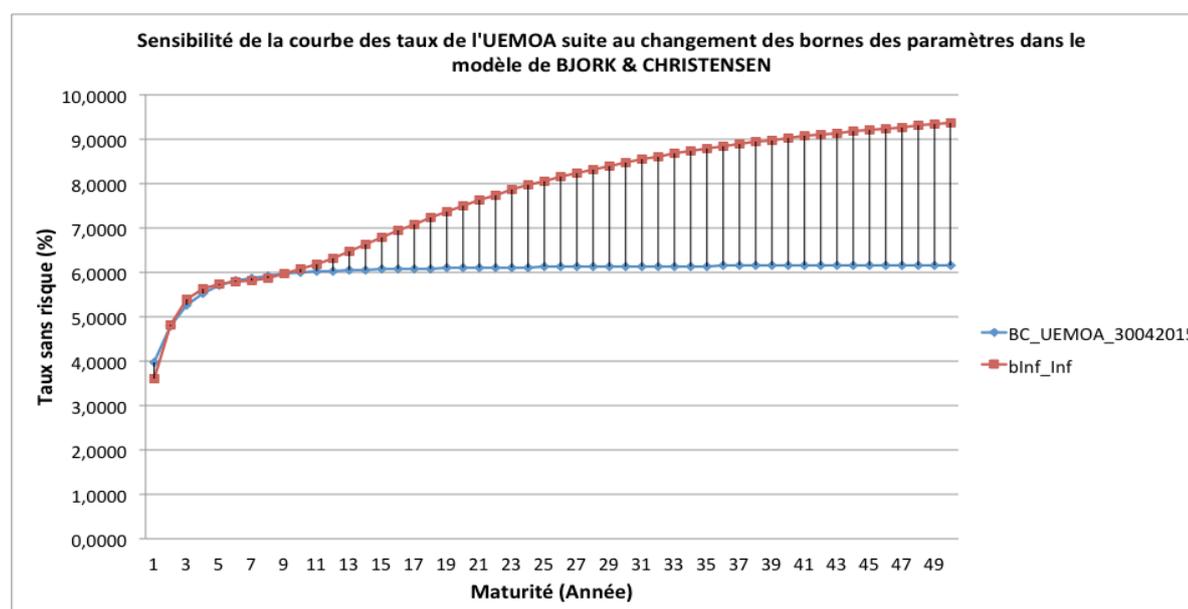


En outre, si nous accordons une *liberté*⁴⁰ aux bornes des paramètres des modèles de taux ZC, nous constatons une déformation *naturelle* de la courbe des taux sans risque, comme l'illustre le graphique ci-dessous :

³⁹ Par référence aux bornes utilisées dans la construction de la courbe des taux sans risque au 31/12/2017.

⁴⁰ Par exemple, dans le problème d'optimisation, on peut supposer que les paramètres du modèle varient entre $-Infini$ et $+Infini$.

Figure 3 : Sensibilité de la courbe des taux sans risque de l'UEMOA au changement des bornes des paramètres dans le modèle de BJORK et CHRISTENSEN au 30/04/2015



5.3. Courbe des taux dynamique

5.3.1. Données

La base des données (BD) utilisées pour le calibrage des équations (33) et (39), comprend les facteurs Nelson et Siegel de la courbe des taux ZC (niveau, pente, courbure et paramètre de forme), ainsi que les erreurs d'estimation, à fréquence mensuelle, couvrant la période du 31/01/2012 au 31/12/2017. Le tableau ci-dessous résume l'information disponible :

Tableau 5 : Statistiques descriptives des facteurs de la courbe des taux ZC et des erreurs d'estimation sur la période du 31/01/2012 au 31/12/2017

	Min	Max	1 ^{er} Quantile	Médiane	Moyenne	3 ^{ème} Quantile
Niveau L_t (%)	6,09	7	6,2	6,5	6,54	6,99
Pente S_t (%)	- 4,5	- 3,6	- 4,1	- 3,9	- 3,92	- 3,7
Courbure C_t	- 0,36	0,12	- 0,015	0,0003	- 0,03	0,005
Forme $\tau_{1,t}$	0,1	7,9	0,7	1,15	1,34	1,63
U-Statistic (%)	0,46	2,02	0,82	0,96	0,99	1,18
MAPE (%)	0,67	3,1	1,28	1,55	1,61	1,94

En outre, la matrice de corrélation entre les facteurs est illustrée dans le tableau ci-dessous :

Tableau 6 : Analyse de la corrélation entre les facteurs de la courbe des taux ZC

	Niveau L_t	Pente S_t	Courbure C_t	Forme $\tau_{1,t}$
Niveau L_t	1			
Pente S_t	- 0,72	1		
Courbure C_t	- 0,018	- 0,038	1	
Forme $\tau_{1,t}$	0,19	- 0,17	0,6	1

5.3.2. Résultats du calibrage

Avant de calibrer les modèles de Hull et White à deux facteurs, issus de la sous-section 4.4 sur les données de la zone UEMOA, nous scindons la BD *supra* en deux échantillons. Le calibrage se fait sur le premier échantillon ***In sample*** (60) couvrant la période 31/01/2012 au 31/12/2016. L'application numérique, donne les valeurs des paramètres suivants :

Tableau 7 : Estimation des paramètres du modèle de Hull et white à 2 facteurs (Niveau et pente)

$\hat{\kappa}_s$	$\hat{\sigma}_s$	$\hat{\kappa}_L$	$\hat{\mu}_L$	$\hat{\sigma}_L$
0,0023	0,079 %	0,16	5,62 %	0,063 %

Tableau 8 : Estimation des paramètres du modèle de Hull et white à 2 facteurs (Courbure et Forme)

$\hat{\kappa}_\tau$	$\hat{\sigma}_\tau$	$\hat{\kappa}_c$	$\hat{\mu}_c$	$\hat{\sigma}_c$
3,58	33,24 %	5,35	- 0,029	26,45 %

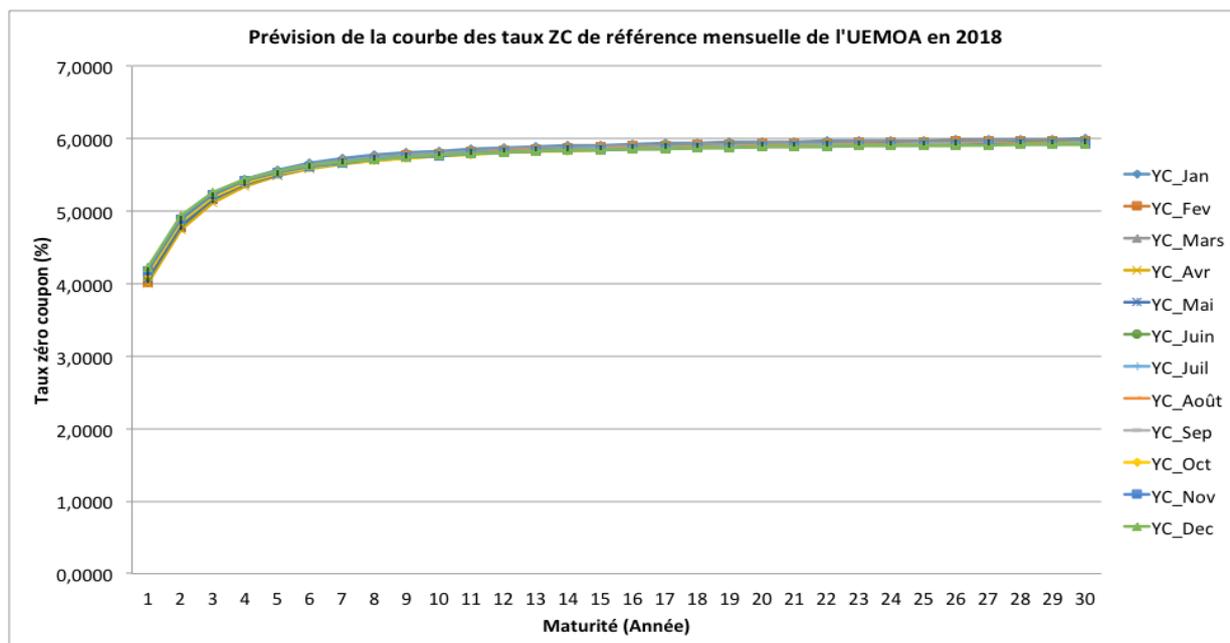
En outre, la validation se fait sur le second échantillon ***Out of sample*** (12), qui couvre la période du 31/01/2017 au 31/12/2017. L'erreur quadratique moyenne (RMSE) révèle que les modèles utilisés pour appréhender la dynamique des facteurs de la courbe des taux ZC, s'ajuste bien aux données de l'UEMOA. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Tableau 9 : Valeurs de l'erreur quadratique moyenne (RMSE) dans l'échantillon de validation

Niveau L_t	Pente S_t	Courbure C_t	Forme $\tau_{1,t}$
0,00027	0,00042	0,1	0,12

5.3.3. Projection

En appliquant le modèle dynamique de Nelson et Siegel proposé par Diebold et Li (2006), dans lequel les facteurs de la courbe sont plutôt *ajustés* par une modélisation stochastique, nous aboutissons aux mêmes conclusions. En premier lieu, les prévisions sont meilleures⁴¹ aussi bien dans l'échantillon de modélisation que de validation. En second lieu, les courbes des taux obtenus sont stables dans le temps, comme l'illustre la figure ci-dessous : **Figure 4 : Evolution de la courbe des taux ZC sur les 12 prochains mois de l'année 2018**



VI. CONCLUSION ET PERSPECTIVES DE RECHERCHE

Dans cet article, nous avons proposé une méthodologie *pertinente* de construction de la courbe des taux zéro-coupon de référence pour la zone UEMOA. Cette approche est justifiée dans le contexte de l'existence d'une Union Economique et Monétaire Ouest Africaine⁴². En comparant les modèles de taux candidats, nous retenons que les modèles paramétriques de Nelson et Siegel (1987), Svensson (1994) et Björk et Christensen (1994) ont donné des résultats presque similaires. Finalement, c'est le modèle de Svensson (1994) qui a été proposé pour l'union à une date de cotation car il présentait le *meilleur risque d'estimation*. Toutefois, les prévisions de la courbe des taux ZC de référence nous indiquent que la version dynamique du modèle de Nelson et Siegel est adaptée car elle fournit des courbes des taux robustes et stables dans le futur. Notons que l'analyse de sensibilité a révélé que la courbe des taux ZC est influencée par ses paramètres de construction. Les conclusions qui en résultent sont :

- ✓ La modification des hypothèses économiques et financières provoque *simplement* un déplacement *parallèle* de cette courbe vers le haut ou le bas,
- ✓ La forme de la courbe des taux ZC est influencée par le modèle de taux utilisé et/ou la structure des données disponibles à la date de cotation,

⁴¹ La qualité des prévisions s'explique par le fait que les erreurs d'estimation (RMSE) des facteurs de la courbe des taux ZC sont inférieures à 5%, notamment pour le niveau et la pente, qui gouvernent effectivement son comportement.

⁴² Pour preuve, une courbe des taux sans risque de la zone Euro fût élaborée après la création de la monnaie Euro.

- ✓ La courbe des taux ZC se déforme peu importe les modèles de taux utilisés, si nous modifions les bornes des paramètres dans le processus de calibrage.

Ainsi, l'expert doit accorder une attention particulière aux choix de ses paramètres de construction, au risque de proposer des taux d'intérêt qui ne reflèteront pas la réalité économique de cette zone⁴³. L'astuce est de s'assurer que la courbe des taux finale retenue soit capable de fournir des rendements *presque* identiques à ceux observés par les professionnels aux maturités connues.

En mettant en évidence les facteurs de la courbe des taux de l'UEMOA, nous pourrions envisager des perspectives de recherche futures, notamment sur :

- l'approfondissement des réflexions autour de la construction des courbes des taux *statique* et *dynamique* de chaque pays de l'union⁴⁴,
- l'identification des déterminants du développement du marché des capitaux,
- l'analyse des impacts des politiques monétaire⁴⁵ et budgétaire⁴⁶ sur la courbe de rendement et les économies de l'union, etc.

Au regard de la littérature, nous pensons que ces axes de réflexion pourront être traités à travers une analyse *approfondie* des relations pouvant exister entre les facteurs de la courbe des taux ZC et les variables monétaires, économiques et financières, dans le contexte de la zone UEMOA.

⁴³ Une telle situation peut entraîner des conséquences graves sur la stabilité économique de cette zone monétaire.

⁴⁴ Voir Diebold et Li (2006), Diebold et Rudebusch (2013), Molenaars K. T. et al. (2015).

⁴⁵ Voir Diebold et al. (2006), Halane et Read (2000).

⁴⁶ Voir Afonso et Martins (2012).

Bibliographie

AFMI (2016) « Le Guide des courbes des taux en Afrique », Document de travail, BAD.

Agence UMOA titres (2018) « Le marché des titres publics de l'UEMOA – Acteurs et Fonctionnement », Août 2018.

Ahlgrim K.C., D'Arcy S.P., Gorrivett R.W. (2005) « Modeling Financial Scenarios - A Framework for the Actuarial Profession », Proceedings of the Casualty Actuarial Society, 177-238.
<http://www.casact.org/pubs/proceed/proceed05/05187.pdf>

Aljinović Z., Poklepović T., Katalinić K. (2012) « Best fit model for yield curve estimation », Croatian Operational Research Review (CRORR), Vol. 3, 2012.

Allouche J. (2013) « La courbe des taux », BSI Economics.

Anderson N., Sleath J. (2001) « New estimates of the UK real and nominal yield curves », Bank of England, ISSN 1368-5562.

Antonio D., Roseburgh D. (2010) « Fitting the Yield Curve Cubic spline interpolation and smooth extrapolation », Barrie + Hilbert Calibration.

Bank for International Settlements (2005) « Zero-coupon yield curves: technical documentation », BIS Papers n°25.

Banque Africaine de Développement (2010) « Guide des marchés obligataires africains et des produits dérivés », Document de travail, BAD.

Barrett, W. R., Gosnell, T. F. Jr., Heuson, A. J., (1995) « Yield Curve Shifts and the Selection of Immunization Strategies », Journal of Fixed Income, Vol. 5, No. 2, 53-64.

Bliss, R., and Fama, E., (1987) « The Information in Long-Maturity Forward Rates », American Economic Review, Vol. 77, 680-692.

Bolder D., Strélski D. (1999) « Yield Curve Modelling at the Bank of Canada », Rapport technique n° 84.

Brousseau V. (2002) « The functional form of yield curves », European Central Bank, Working Paper n°80.

Byrd, R. H., Lu, P., Nocedal, J. and Zhu, C. (1995) « A limited memory algorithm for bound constrained optimization », SIAM J. Scientific Computing, Vol. 16, p. 1190–1208.

Cairns A.J.G. (1997) « Descriptive Bond-Yield and Forward-Rate models for the British government securities market », Institute of actuaries.

Carriere J. F. (1998) « Withdrawal benefits under a dependent double decrement model », Astin bulletin. Vol. 28. No. 1, pp. 49-57.

CEIOPS (2010). « Qis 5 risk-free interest rates extrapolation method », Technical report, CEIOPS.

Chan K.C., Karolyi G.A., Longstaff F.A., Sanders A. (1992) « An empirical comparison of alternative models of the short-term interest rate », *Journal of Finance* 47(3), 1209-1227.

Choudhry M. (2004) « Analysing and interpreting yield curve », JOHN Wiley & Sons

Christensen J.H.E. (2015) « [A Regime-Switching Model of the Yield Curve at the Zero Bound](#) », Federal Reserve Bank of San Francisco, Working Paper 2013-34.

Christensen J.H.E.; Diebold F.X.; Rudebusch G.D. (2010) « [The Affine Arbitrage-Free Class of Nelson-Siegel Term Structure Models](#) », Federal Reserve Bank of San Francisco, WP n°2007-20.

Coroneo, L., Nyholm, K., Vivada-Koleva, R., (2008) « How Arbitrage-Free Is the Nelson-Siegel Model? », European Central Bank, Working Paper Series, No. 874.

Cox J.C., Ingersoll J.E., Ross S.A. (1985b) « A theory of the term structure of interest rates », *Econometrica* 53, 385-407.

Deacon M., Derry A., (1994) « Deriving Estimates of Inflation Expectations from the Prices of UK Government Bonds », Bank of England, Working Paper No.23.

Dhaene J., Tsanakas A., Valdez E.A, Vanduffel S. (2012) « Optimal capital allocation principle », *Journal of Risk and Insurance*, Vol. 79 (1), P.1-28.

Diebold F.X., Li C. (2006) « Forecasting the term structure of government bond yields », *Journal of Econometrics*, Elsevier, Vol. 130 (2), p. 337-364.

Diebold F.X., Rudebusch G.D., Aruoba B., (2006) «The Macroeconomy and the Yield Curve: A Dynamic Latent Factor Approach », *Journal of Econometrics*, Vol. 131, p. 309-338.

Dobbie, G.M., Wilkie, A.D. (1978) « The Financial Times-Actuaries Fixed Interest Indices », *Journal of the Institute of Actuaries*, Vol. 105, p.15-26.

Dobbie, G.M., Wilkie, A.D. (1979) «The Financial Times-Actuaries Fixed Interest Indices », *Transaction of the Faculty of Actuaries*, Vol. 36, p.203-213.

Dullmann K., Uhrig-Homburg M., Windfuhr M., (2000) « Risk structure of interest rates: an empirical analysis for deutschmark-denominated bonds », *European Financial Management*, Vol. 6, No. 3, 367-388.

European Central Bank (2008) « Euro area yield curves modeling », The ECB's directorate general statistics releases euro area yield curves every target.

Fabozzi, F. J., Martellini, L., Priaulet, P., (2005) « Predictability in the Shape of the Term Structure of Interest Rates », *Journal of Fixed Income*, Vol. 15, No. 1, 40-53.

Faleh A., Planchet F., Rulliere D. « Allocation stratégique d'actifs et ALM pour les régimes de retraite », ISFA, Thesis

Finanstilsynet (2010) « A Technical Note on the Smith-Wilson Method »

Finma (2012) « Assouplissements temporaires du test suisse de solvabilité sst », Rapport explicatif.

Fisher, M., Nychka, D., Zervos D., (1995) « Fitting the Term Structure of Interest Rates with Smoothing Splines », Working Paper 95-1, Finance and Economics Discussion Series.

Frankel, J.A., Lown, C.S. (1994) « An indicator of future inflation extracted from the steepness of the interest rate yield curve along its entirely length », The Quarterly Journal of Economics, Vol. 109, p. 339–348.

Gbongué F., Planchet F. (2015) « Analyse comparative des modèles de construction d'une courbe de taux sans risque dans la zone CIPRES », Bulletin Français d'Actuariat, Vol. 15 n°30, p 129-168.

Gbongué, F., Planchet, F., Ahoussi, A. (2017) « Proposition d'un modèle de projection des scénarios économiques pour le développement de la zone CIPRES », Assurances et gestion des risques, Vol. 84 (1-2).

Gilli, M., Grosse, S., Schumann, E. (2010) « Calibrating the Nelson-Siegel Svensson model », COMISEF WORKING PAPERS SERIES, WPS-031 30/03/2010.

Hladikova H., Radova J. (2012) « Term structure Modelling by Using Nelson Siegel Model », European Financial and Accounting Journal, Vol. 7, n°2, Page 36-55.

Hodges D. S., Parekh N., (2006) «Term Structure Slope Risk », The Journal of Fixed Income, Vol.16 (3) 54-59

Hubig (2012) « Introduction of a New Conceptual Framework for Government Debt Management – With a Special Emphasis on Modeling the Term Structure Dynamics », Springer, 227 p.

Hull J.C., White A. (1994) « Numerical Procedures for Implementing Term Structure Models II: Two-Factor Models », Journal of Derivatives, 37-48.

Hyndman, R. J., Fan, Y. (1996) « Sample quantiles in statistical packages », American Statistician, Vol. 50, 361–365.

Jondeau E., Ricart R (1998) « Le contenu en information de la pente des taux concernant l'évolution future des taux d'intérêt et de l'inflation en France », Bulletin de la banque de France n°54.

Kovachev Y., Simeonov D. (2014) « Yield Curve Fitting with Data from Sovereign Bonds », ISBN 978–954–8579–53–7, Bulgarian National Bank.

Lartey V.C., Li Y., (2018) « Zero-Coupon and Forward Yield Curves for Government of Ghana Bonds », Sage Open, p. 1–15.

Marceau, E. (2013) « Modélisation et évaluation quantitative des risques en actuariat : Modèles sur une période », Springer.

- Martellini L., Priaulet P., Priaulet S. (2003) «Fixed-Income Securities: Valuation, Risk Management and Portfolio Strategies», Wiley.
- Martellini, L., Meyfredi, J.C., (2007) « A Copula Approach to Value-at-Risk Estimation for Fixed-Income Portfolios », Journal of Fixed Income, Vol. 17, N°1, 5-15.
- McCulloch H. J., (1971) « Measuring the Term Structure of Interest Rates », The Journal of Business, Vol. 44, No. 1, pp. 19-31
- McCulloch J.H, Kochin L.A., (1998) « The Inflation Premium Implicit in the US Real and Nominal Term Structures of Interest rates », Economics Department, Working Paper n°12, p. 98-12.
- McCulloch, J. H. (1975) « The Tax Adjusted Yield Curve », Journal of Finance, Vol 30, p. 811-29.
- McEnally, R.W. (1987) « The term structure of interest rate », The Handbook of Fixed Income Securities, p.1111-1150.
- McLeod, H.D. (1990) « The development of a market yield curve: the South Africa Solution », First AFIR International Colloquium, Paris, Vol.2, p. 196-212.
- Muthoni L., Onyango S., Ongati O., (2015) « Extraction of Zero-Coupon Yield Curve for Nairobi Securities Exchange: Finding the Best Parametric Model for East African Securities Markets », Journal of Mathematics and Statistical Science, p. 51-74.
- Navas J. F. (2005) « Yield Curve Fitting with Term Structure Models: Empirical Evidence from the Euro Market », Revista de Economia Aplicada, Vol. 13, n°39.
- Nelson C.R., Siegel A.F. (1987) « Parsimonious modelling of yield curves », Journal of Business, Vol. 60, 473-489.
- Paterson, A.A. (1996) « The JSE-Actuaries All Bond Indices – Two Flaws », Research paper, Alexander Paterson Faure Inc.
- R Development Core Team (2015) « R: A Language and Environment for Statistical Computing », Vienna, Austria, (R Foundation for Statistical Computing), ISBN: 3-900051-07-0.
- Roncalli T., (1998) « La structure par terme des taux zero: Modélisation et implémentation numérique », Phd Thesis.
- Rosadi D., Nugraha A.Y., Dewi K.R., (2011) « Forecasting the Indonesian Government Securities Yield Curve Using Neural Networks and Vector Autoregressive model », Bank for International Settlements.
- Rosspopoff B., (2012) « Modèles de taux et d'inflation pour Solvabilité 2 », Mémoire d'actuaire, ISFA.
- Rudebusch G. D., Wu T., (2008) « A macro-finance model of the term structure, monetary policy and the economy », The Economic Journal, Vol. 118 (530), p. 906-926.

Sedillot F., (1999) « La pente des taux contient-elle de l'information sur l'activité économique », Bulletin de la banque de France n°63.

Smith, A., Wilson, T., (2001) « Fitting yield curves with long term constraints », Technical report, Bacon & Woodrow.

Stambaugh, R.F. (1988) « The information in forward rates – Implications for models of the term structure », Journal of Financial Economics, Vol. 21, p. 41–70.

Stander, S.Y. (2005) « Yield Curve Modeling », Palgrave Macmillian, 205 pages.

Svensson. L.E.O (1994a) « Monetary policy with flexible exchange rate and forward interest rates as indicators », Cahiers économiques et monétaires, Banque de France, Vol. 43, p. 305–332.

Svensson. L.E.O (1994b) « Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994 », International monetary fund, IMF Working Paper, 1994/114.

Tinggaard, C. (1992) « Kernel smoothing of discount functions », Aarhus School of Business Working paper n° 92-8.

Tinggaard, C. (1997) « Nonparametric smoothing of Yield Curves », Review of Quantitative Finance and Accounting 9, 251-267.

Vasicek, O., Fong, H. G. (1982) « Term structure modeling using exponential splines », The Journal of Finance, Vol. 37 (2), p. 339–348.

Waggoner, D.F. (1997) « Spline Methods for Extracting Interest Rate Curves from Coupon Bond Prices », Federal Reserve Bank of Atlanta, Working Paper n° 97-10.

Wilkie D. (1986) « A Stochastic Investment Model for Actuarial Use », Transactions of the Faculty of Actuaries, 39:341-403.

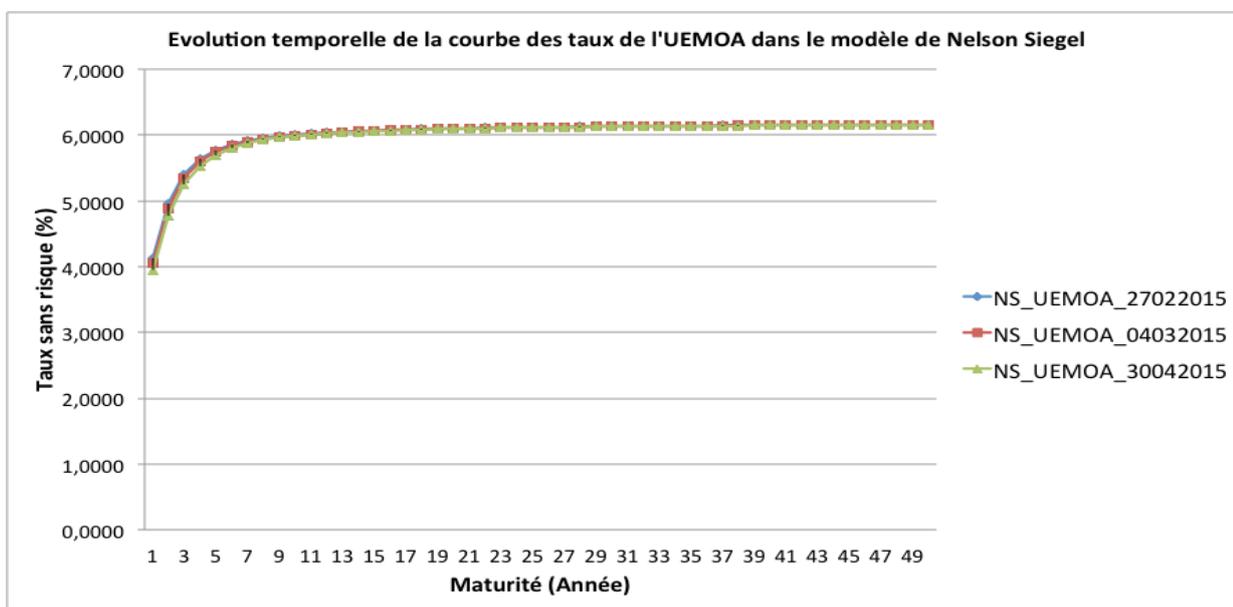
Wilkie D. (1995) « More on a Stochastic Model for Actuarial Use », British Actuarial Journal, p. 777-964.

Zenios, S.A., Consiglio, A. (2016) « Risk Management Optimization for Sovereign Debt Restructuring », Journal of Globalization and Development, Vol. 6(2), p. 181-213.

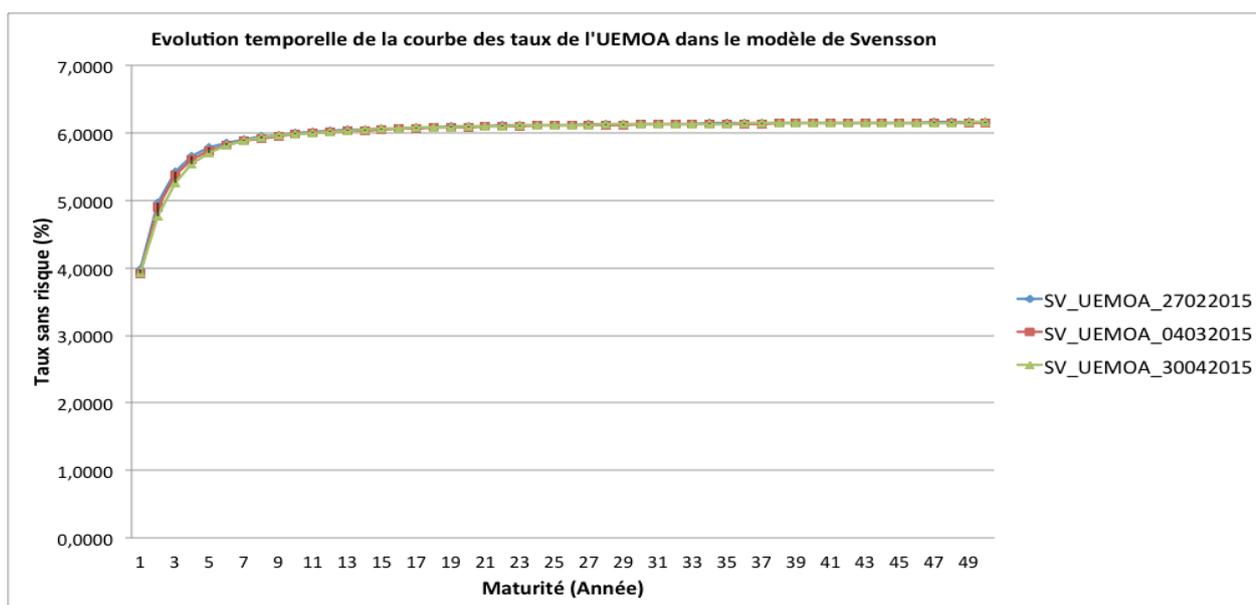
Annexes

Ces annexes visent à montrer que la courbe des taux ZC varie selon les maturités suite au changement de la date de cotation. Cette situation justifie l'idée de proposer un modèle de construction d'une courbe des taux dynamique, capable de prévoir l'évolution future des taux d'intérêt. Cet outil important permettra aux *investisseurs institutionnels* d'assurer le pilotage technique de leurs activités. De plus, il pourra intervenir dans l'analyse des effets du développement du marché des capitaux et des politiques monétaire et budgétaire sur les taux d'intérêt et le développement économique des pays de l'union.

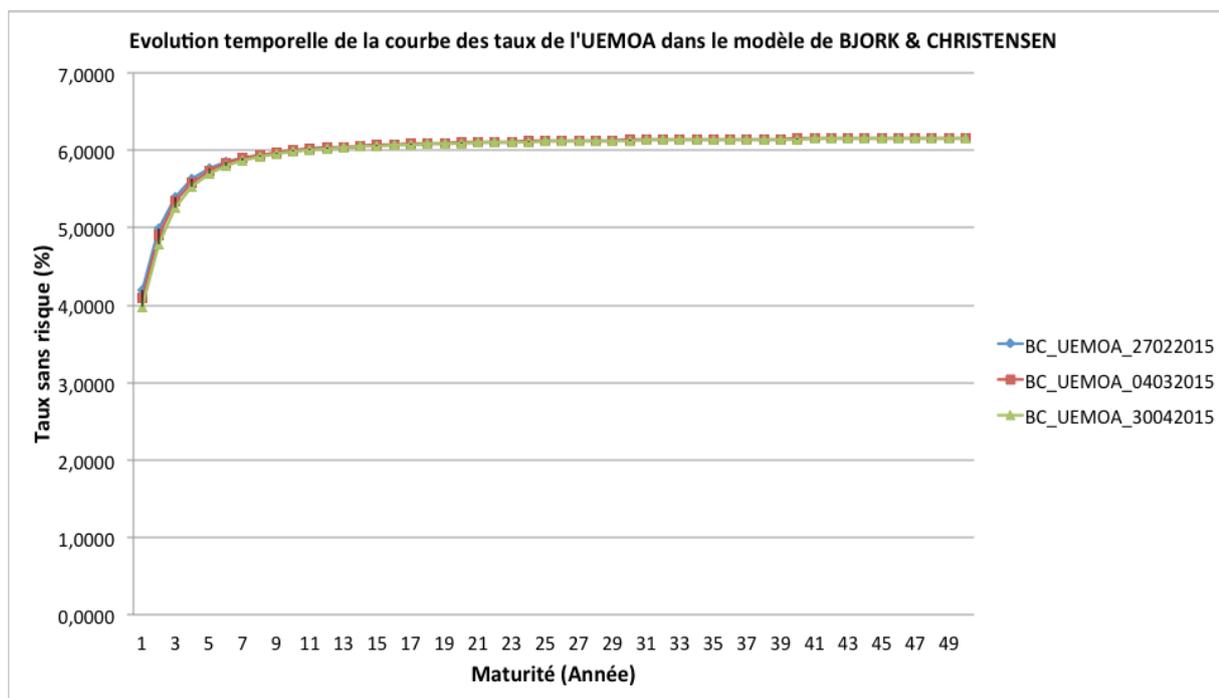
Evolution de la courbe des taux sans risque de l'UEMOA à plusieurs dates de cotation dans le modèle de Nelson et Siegel (1987)



Evolution de la courbe des taux sans risque de l'UEMOA à plusieurs dates de cotation dans le modèle de Svensson (1994)



Evolution de la courbe des taux sans risque de l'UEMOA à plusieurs dates de cotation dans le modèle de Bjork Christensen (1999)





BCEAO
BANQUE CENTRALE DES ETATS
DE L'AFRIQUE DE L'OUEST

Avenue Abdoulaye Fadiga
BP 3108 - Dakar - Sénégal
www.bceao.int