

REVUE ECONOMIQUE ET MONETAIRE

N° 22 - DECEMBRE 2017



BCEAO
BANQUE CENTRALE DES ETATS
DE L'AFRIQUE DE L'OUEST



BCEAO

BANQUE CENTRALE DES ETATS
DE L'AFRIQUE DE L'OUEST

Siège - Avenue Abdoulaye FADIGA
BP : 3108 - DAKAR (Sénégal)
Tél. : +221 33 839 05 00
Télécopie : +221 33 823 93 35
Site internet : <http://www.bceao.int>

Directeur de Publication
Clément ADOBY

*Directeur des Etudes
et de la Recherche*

*Emails : courrier.zder@bceao.int
rem@bceao.int*

Impression :
Imprimerie de la BCEAO
BP : 3108 - DAKAR

REVUE ECONOMIQUE ET MONETAIRE

N° 22 - Décembre 2017



Les opinions exprimées dans cette revue sont publiées sous la responsabilité exclusive de leurs auteurs et ne constituent, en aucun cas, la position officielle de la Banque Centrale des Etats de l'Afrique de l'Ouest (BCEAO).

La reproduction intégrale ou partielle des articles ne peut être faite qu'avec l'autorisation préalable des auteurs. Les demandes sont adressées à la BCEAO à qui une copie du document contenant les articles reproduits sera remise.

Toutefois, sont autorisées les reproductions destinées à un usage strictement personnel et privé ou les analyses et courtes citations justifiées par le caractère scientifique ou d'information de l'œuvre dans laquelle elles sont incorporées, à condition d'en mentionner la source.

LISTE DES MEMBRES DES ORGANES DE LA REVUE ECONOMIQUE ET MONETAIRE

La REM est dotée d'organes conformes aux standards internationaux, à savoir un Secrétariat d'Edition, un Comité Editorial, un Comité Scientifique et un Directeur de Publication.

Le **Comité Editorial** est un organe interne à la Banque Centrale composé comme suit :

- le Directeur Général de l'Economie et de la Monnaie, Président ;
- le Directeur des Etudes et de la Recherche ;
- le Directeur des Statistiques ;
- le Directeur de la Conjoncture Economique et des Analyses Monétaires ;
- le Directeur de la Stabilité Financière ;
- le Directeur des Activités Bancaires et du Financement des Economies ;
- le Directeur du Centre Ouest Africain de Formation et d'Etudes Bancaires.

Le **Comité Scientifique** regroupe des membres externes à la Banque Centrale, en l'occurrence des universitaires et des chercheurs de renom, reconnus pour leur expertise dans le domaine des sciences économiques et de la monnaie. Il est composé comme suit :

- Professeur Adama DIAW, Université Gaston Berger de Saint-Louis (Sénégal), membre ;
- Professeur Ahmadou Aly MBAYE, Université Cheikh Anta DIOP de Dakar (Sénégal), membre ;
- Professeur Egnonto KOFFI-TESSIO, Université de Lomé (Togo), membre ;
- Professeur Idrissa OUEDRAOGO, Université de Ouaga II (Burkina Faso), membre ;
- Professeur Jean-Paul POLLIN, Université d'Orléans (France), membre ;
- Professeur Mama OUATTARA, Université Félix Houphouët Boigny (Côte d'Ivoire), membre ;
- Professeur Michel NORMANDIN, HEC Montréal (Canada), membre ;
- Professeur Nasser Ary TANIMOUNE, Université d'Ottawa (Canada), membre ;
- Professeur Velayoudom MARIMOUTOU, Université d'Aix Marseille II (France), membre.

Le **Secrétariat d'Edition** est assuré par la Direction des Etudes et de la Recherche de la BCEAO.

Le **Directeur de Publication** de la Revue Economique et Monétaire (REM) est le Directeur des Etudes et de la Recherche.

SOMMAIRE

AVANT-PROPOS.....	5
Incidence de la fragmentation des aides bilatérales sur l'effort fiscal dans l'UEMOA.....	7
Mesures du risque systémique par une approche probabiliste non paramétrique : Application aux données du système bancaire de l'UEMOA	31

AVANT-PROPOS

La Revue Economique et Monétaire (REM) est une revue scientifique éditée et publiée par la Banque Centrale des Etats de l'Afrique de l'Ouest (BCEAO), dans le cadre de ses actions destinées à promouvoir la recherche au sein de l'Institut d'émission et dans les Etats membres de l'Union Economique et Monétaire Ouest Africaine (UEMOA). Cette revue a pour vocation de constituer un support de référence pour les publications des universitaires et chercheurs de l'UEMOA, mais aussi pour les travaux de recherche qui s'intéressent aux économies en développement en général et à celles de l'Union en particulier.

Ce vingt-deuxième numéro de la Revue comprend deux (2) articles dont le premier est intitulé « Incidence de la fragmentation des aides bilatérales sur l'effort fiscal dans l'UEMOA » et le second « Mesures du risque systémique par une approche probabiliste non paramétrique : Application aux données du système bancaire de l'UEMOA ».

Le premier article analyse l'effet de l'aide bilatérale sur l'effort fiscal dans les Etats membres de l'UEMOA, selon les décisions d'allocation des donateurs bilatéraux. Les auteurs ont eu recours à un modèle de seuil de panel à effets fixes sur un ensemble de données en panel cylindré couvrant les pays membres de l'Union sur la période 1980-2014. Les auteurs montrent qu'une diminution de l'effort fiscal des pays de l'UEMOA, à la suite d'une augmentation de l'aide publique au développement, peut s'expliquer par un degré élevé du niveau de fragmentation de l'aide. Il est souhaitable pour les donateurs et les Etats membres de l'Union d'éviter d'atteindre un niveau de fragmentation de l'aide de 51,27%.

Le second article s'appuie sur la méthode d'optimisation de la densité multivariée compatible avec l'information disponible pour proposer des indicateurs de mesure de la stabilité du système bancaire de l'UEMOA. Les résultats indiquent une dégradation tendancielle de la stabilité du système bancaire de l'Union depuis 2004. Cette dégradation est expliquée par les tensions politiques internes et les facteurs externes, notamment le choc pétrolier, les crises financière et économique internationales. En outre, sur la période plus récente, le risque systémique a atteint des proportions relativement élevées en raison de la forte asymétrie d'information et du comportement d'arbitrage des banques qui privilégient la rentabilité des entreprises plutôt que leur exposition au risque de défaillance. Sous ce rapport, l'auteur suggère une plus grande transparence et une meilleure diffusion des informations susceptibles d'éclairer les décisions de crédits en vue d'atténuer le risque systémique et consolider par conséquent la stabilité bancaire dans l'Union.

Au total, ce vingt-deuxième numéro de la REM permet d'aborder à la fois les questions relatives aux effets de la fragmentation de l'aide bilatérale et celles liées à l'évaluation du risque systémique dans le secteur bancaire de l'Union.

INCIDENCE DE LA FRAGMENTATION DES AIDES BILATERALES SUR L'EFFORT FISCAL DANS L'UEMOA

Sessinou Erick A. DEDEHOUANOU¹ et Sènakpon Fidèle A. DEDEHOUANOU²

Résumé

Le manque de ressources publiques internes consistantes constitue un handicap financier important pour les pays membres de l'Union Monétaire et Economique Ouest Africaine (UEMOA). Le recours à l'aide bilatérale est devenu nécessaire pour ces pays qui cherchent à atteindre un certain nombre d'objectifs de développement et d'intégration. Cependant plusieurs études montrent en général l'effet néfaste ou ambigu de l'aide publique au développement sur l'effort fiscal dans les pays bénéficiaires. Dans cet article, nous analysons l'effet de l'aide bilatérale sur l'effort fiscal dans l'UEMOA, selon les décisions d'allocation des donateurs bilatéraux. Nous estimons un modèle de seuil de panel à effets fixes sur un ensemble de données en panel cylindré couvrant les pays membres de l'union sur la période 1980-2014. Nous apportons la preuve empirique qu'une diminution de l'effort fiscal des pays de l'UEMOA suite à une augmentation de l'aide publique au développement, peut s'expliquer par un degré élevé du niveau de fragmentation de l'aide. Il est souhaitable pour les donateurs et les pays de l'UEMOA d'éviter d'atteindre un niveau de fragmentation de l'aide de 51,27%.

INFORMATIONS SUR L'ARTICLE

Historique de l'article : *Soumis le 15 septembre 2017*

Reçu en première version révisée le 15 octobre 2017

Reçu en deuxième version révisée le 6 décembre 2017

Accepté le 12 décembre 2017

Classification JEL : *F35, H20, C2, C23, C43*

Mots clés : *Aide bilatérale, Revenu fiscal, Fragmentation de l'aide, modèles de seuil en panel à effets fixes*

¹ Faculté des Sciences Economiques et de Gestion, Université d'Abomey Calavi (UAC), Bénin
Email : erickdedehouanou@yahoo.fr

² Faculté des Sciences Economiques et de Gestion, Université d'Abomey Calavi (UAC), Bénin
Email : dsenakpon@gmail.com

Abstract

The lack of consistent internal public resources is a major financial constraint for West African Economic and Monetary Union (WAEMU) countries. The use of bilateral aid has become necessary for these countries seeking to achieve a number of objectives of development and of integration. However several studies generally show the spillover effects of official development assistance on the tax effort in recipient countries. In this paper, we analyze the effect of bilateral assistance on tax effort in WAEMU, depending on the allocation decisions of bilateral donors. We estimate a Fixed-effect panel threshold model with balanced panel data covering the countries' members of the Union over the period 1980-2014. We provide empirical evidence that a reduction in the tax effort in WAEMU's countries following an increase in official development assistance can be explained by a high degree level of aid fragmentation. It is desirable for donors and WAEMU's countries avoid reaching a level of aid fragmentation of 51.27%.

ARTICLE INFORMATION

Article history: Submitted September 15, 2017
Received in first revised form October 15, 2017
Received in second revised form December 6, 2017
Accepted December 12, 2017

JEL Classification : F35, H20, C2, C23, C43

Key words: *Bilateral aid, Tax revenue, Aid fragmentation, Fixed-effect panel threshold model*

I - INTRODUCTION

Le manque de ressources publiques consistantes constitue un handicap financier important pour les pays membres de l'Union Economique et Monétaire Ouest Africaine (UEMOA) qui cherchent à atteindre un certain nombre d'objectifs de développement et d'intégration. D'une part, l'objectif de renforcement de l'intégration régionale dans l'UEMOA repose entre autres sur la capacité des pays membres à atteindre un niveau donné de recettes fiscales. Au cours des deux dernières décennies, des réformes fiscales communes à l'ensemble des pays de l'union ont été entreprises. Ces réformes entrent dans le cadre de la mise en place d'un dispositif de surveillance multilatérale des budgets des Etats membres (Pacte de convergence, de stabilité, de croissance et de solidarité). Parmi les critères de convergence de second rang ainsi défini, figure celui du taux de pression fiscale qui doit être supérieur ou égal à 17%³. Depuis lors, la satisfaction de ce critère par les pays membres demeure un problème. Par exemple un, deux et trois pays sur les huit ont respecté ce critère respectivement en 2011, 2012 et 2013 (UEMOA, 2013). D'autre part, le Programme des Nations Unies pour le Développement (PNUD) estimait que le niveau minimum de recettes fiscales nécessaires pour atteindre les Objectifs du Millénaire pour le Développement (OMD) serait de 20% du PIB (Benedek et al. 2012). La question du financement du développement reste d'autant plus actuelle que jamais, suite à l'élargissement de l'agenda du développement aux problématiques des Objectifs de Développement Durable (ODD).

Plusieurs raisons sont avancées pour expliquer la faible mobilisation des ressources fiscales dans les pays en développement. Certains arguments consensuels évoquent une cause d'origine interne. Ces arguments se basent sur la faible capacité même des pays à générer un montant suffisant de revenu à travers leurs taxes. Les pays en développement sont en effet confrontés à bon nombre de problèmes institutionnels dans le processus de génération de revenus (Ajaz et Ahmad, 2010) notamment l'évasion fiscale, la subsistance du secteur informel, le manque de moyens infrastructurels nécessaires et l'instabilité politique. La cause la plus controversée est relative à l'Aide Publique au Développement (APD). Certains auteurs ont montré que l'APD offre a priori un financement alternatif aux recettes fiscales. De ce fait elle peut affecter le comportement des Etats dans la mobilisation des ressources internes. L'APD peut représenter un moyen non incitatif pour les gouvernements de percevoir des impôts ou de mettre en œuvre des réformes fiscales. Par exemple, certains pays peuvent de façon stratégique perpétuer une faible performance fiscale dans le seul but de continuer à recevoir plus d'aide (Gibson et al., 2005). Cependant, l'APD peut tout autant exercer un effet de complémentarité sur les recettes fiscales. En finançant par exemple des dépenses supplémentaires, elle accroît les financements disponibles pour les pays pauvres (Sachs, 2004), réduit la pression fiscale en favorisant ainsi les investissements privés qui produisent à long terme des recettes fiscales (Gunning, 2005).

Dans cet article, nous cherchons à savoir si l'influence de l'aide bilatérale sur les recettes fiscales dans l'UEMOA n'est pas tributaire de sa nature fragmentaire⁴. Notre motivation est de deux ordres. Premièrement, l'impact de l'APD sur les recettes fiscales semble être hétérogène selon les pays et instable au cours du temps (Brun et al., 2008). La plupart des études

³ Il faut souligner que les pays de l'UEMOA ont adopté en janvier 2015 un nouvel ensemble de critères de convergence incluant le taux de pression fiscale qui doit être supérieur ou égal à 20%.

⁴ La fragmentation de l'aide consiste en la fourniture de l'aide en quantités relativement faibles à un pays en particulier à partir d'une grande variété de bailleurs de fonds (Acharya et al., 2006).

analysant la relation entre l'APD et le taux de prélèvement fiscal ont cherché spécifiquement à explorer l'existence d'un effet d'éviction ou de complémentarité des recettes fiscales par l'aide (Moss et al., 2006). Nous ajoutons à cette littérature en examinant si l'effet d'éviction ou de complémentarité des recettes fiscales par l'aide se manifeste à travers le comportement des donateurs bilatéraux dans la répartition de leur aide entre les pays bénéficiaires. A notre connaissance, il n'existe pas d'études ayant exploré directement le rôle de la fragmentation de l'aide sur la relation entre l'aide et la mobilisation fiscale. Pourtant, il ressort de certaines études que l'APD entraîne des contre-performances dues aux coûts élevés de transactions si elle est distribuée à travers trop de canaux institutionnels. Les coûts de transactions générés dans chaque pays bénéficiaire réduisent ainsi la valeur de l'aide (Acharya et al., 2006) et son efficacité par exemple en terme d'impact sur la croissance économique (Djankov et al., 2008). Nous supposons donc dans cet article que la question de l'efficacité de l'APD peut se situer dans les choix d'allocation que les donateurs bilatéraux effectuent en faveur des pays bénéficiaires.

Deuxièmement, plusieurs voix ou institutions s'efforçaient de plaider pour une gestion plus efficiente de l'APD, à l'approche de la date limite des OMD et maintenant même encore plus à l'égard de l'agenda de développement post-2015. Par exemple le programme de recherche « *ReCom-recherche et communication sur l'aide étrangère* » de UNU WIDER, mis en œuvre au cours de la période 2011 à 2013, rapporte qu'une meilleure coordination de l'aide dans la pratique est nécessaire pour générer des gains d'efficacité et permettra de réduire les coûts de transaction pour les donateurs et les bénéficiaires. ReCom (2014) trouve que, ce faisant, d'importantes ressources peuvent être réaffectées au développement lui-même. De plus, l'organisme international de recherche « *Global Development Network* » (GDN) a lancé en 2014 un concours de rédaction, invitant des pensées originales et novatrices sur l'aide au développement et son rôle dans le financement du développement post-2015⁵. Le souci évident de rationaliser le schéma futur d'aide au développement au sein des bailleurs de fonds (Fengler et Kharas, 2011) justifie donc une analyse de l'impact de l'APD, non pas seulement en rapport avec son niveau mais aussi en relation avec sa nature distributive et pour un groupe de donateurs et de bénéficiaires bien définis. La fragmentation crée un problème de coordination et des frais généraux élevés aussi bien pour les donateurs que pour les bénéficiaires (Easterly et Pfütze, 2008). Comme le souligne Chen (2010), la fragmentation de l'aide demeurant une question internationale qui nécessite une réponse du même type, il est nécessaire pour les donateurs et les bénéficiaires de s'accorder pour améliorer l'harmonisation de l'aide à tous les niveaux.

Le reste de l'article s'articule comme suit. La section 2 fait une revue de la littérature sur la question de l'impact de l'APD sur l'effort fiscal. La section 3 fait une analyse descriptive de l'évolution de l'APD dans les pays de l'UEMOA. Les sections 4 et 5 présentent respectivement la méthodologie et les données utilisées. La section 6 présente et discute les résultats et la section 7 donne la conclusion et les implications de politique.

II - REVUE DE LA LITTÉRATURE

L'aide exerce un effet nul ou positif sur les recettes fiscales. C'est ce que montre une catégorie d'auteurs à l'image de Ouattara (2006) qui étudie les effets de l'aide sur le comportement des gouvernements bénéficiaires. A l'aide de la méthode des moments généralisés en panel

⁵ <http://gdn.int/html/page11.php?MID=3&SID=24&SSID=80&SCID=55#sthash.Qq9AUIPy.dpuf>

dynamique et d'un modèle de réponse budgétaire pour un large échantillon de pays bénéficiaires d'aide couvrant la période 1980-2000, les résultats ne montrent aucune preuve que l'aide est associée à une réduction de l'effort fiscal. Ce qui semble indiquer pour l'auteur que les gouvernements bénéficiaires d'aide sont sujets à la discipline budgétaire.

Morrissey et al. (2006) étudient aussi la relation entre l'aide et les recettes fiscales pour un échantillon de 55 pays à revenu faible ou intermédiaire au cours de la période 1975-2000. Les résultats obtenus à l'aide de l'estimateur en panel à effets fixes et aléatoires indiquent qu'il n'y a pas de relation cohérente et robuste entre l'aide, la composition de l'aide et le taux de prélèvement public dans les pays en développement.

Abondant dans le même sens, Bhushan et Samy (2012) utilisent aussi l'estimateur à effets fixes en données de panel et trouvent que l'aide n'a pas eu un impact significatif sur la fiscalité en général et particulièrement en Afrique subsaharienne. Ceci suggère aux auteurs que l'aide pourrait être mieux ciblée pour augmenter la mobilisation des ressources domestiques. Plus tôt, Alonso et Garcimartín (2011) arrivait à la même conclusion. Les auteurs utilisent la méthode des variables instrumentales et celle des moments généralisés appliquée à des données de panel qui couvrent un ensemble de pays développés et en développement sur la période 1990 à 2007. Alonso et Garcimartín (2011) expliquent leurs résultats par le fait que l'aide joue un rôle mineur dans de nombreux pays bénéficiaires, et il n'est pas spécialement axé sur les administrations fiscales, canaux par lesquels l'aide pourrait influencer les impôts dans un pays donné.

De façon générale, les études qui concluent à un effet nul ou positif de l'aide sur l'effort fiscal suggèrent que les effets de complémentarité de l'aide sont importants pour les pays receveurs. Cependant, la preuve d'une relation négative entre l'aide et les recettes fiscales a aussi été fournie par des auteurs dans plusieurs autres études. A cet effet, Remmer (2004) par exemple effectue une analyse de régression transversale par séries chronologiques sur un échantillon de 120 pays en développement couvrant la période 1970-1999 pour explorer l'impact de l'aide sur la politique budgétaire. Les résultats de l'étude montrent une relation négative entre trois différentes mesures de l'aide – l'aide rapportée au Revenu National Brut, aux importations et aux dépenses de l'Etat – et les recettes fiscales rapportées au PIB. Du point de vue des implications, l'auteur souligne, entre autres, la nature potentiellement autodestructrice des efforts visant à promouvoir des programmes de désengagement de l'Etat par l'intermédiaire de l'aide au développement.

Benedek et al. (2012) examine aussi la relation entre l'aide et les recettes fiscales pour un ensemble de 118 pays sur la période 1980-2009. Ils utilisent la méthode des moments généralisés en différence et système et incluent dans les régressions l'aide au carré pour tenir compte des effets non linéaires potentiels de l'aide. Les auteurs trouvent une relation négative entre les recettes fiscales intérieures et l'aide. Cependant, cette relation dépend de la composition des recettes, de la composition de l'aide et des facteurs institutionnels. L'augmentation des dons et des prêts est associée à une baisse des recettes fiscales dans les pays disposant d'institutions faibles (Benedek et al., 2012). Ceci suggère aux auteurs que les décideurs et les donateurs doivent accorder une attention particulière au renforcement de la capacité fiscale de ces pays pour s'assurer que les flux d'APD constituent des ressources additionnelles nettes. En outre, selon les auteurs, la relation entre l'aide sous forme de dons et

certaines taxes (TVA, impôts sur le revenu et accises) est négative. L'augmentation des dons est associée à une hausse des taxes sur le commerce.

Ainsi, l'impact de l'aide sur les recettes fiscales peut dépendre de la composition de l'aide. L'explication souvent mise en avant quant à l'influence de l'aide (ou ses composantes) sur l'effort fiscal est que l'aide peut décourager l'effort fiscal, en particulier si elle est donnée comme une subvention pure qui ne nécessite aucune obligation de remboursement. Par contre, les prêts encourageraient l'effort fiscal pour répondre aux remboursements (Gupta et al., 2003).

L'impact de l'aide sur les recettes fiscales est aussi fonction de la gouvernance dans le pays bénéficiaire. Azam, Devarajan et O'Connell (1999) soulignent particulièrement l'impact négatif de l'aide sur les recettes publiques dans les pays disposant d'institutions initialement faibles. L'effet de la gouvernance sur la relation entre l'aide et les recettes fiscales a aussi été examiné par Yohou et al. (2015) pour le cas des pays de l'UEMOA sur la période 1986 à 2010. Les résultats de l'étude (la seule à notre connaissance dans l'UEMOA) obtenus à partir d'un modèle à seuil indiquent qu'il existe une relation non linéaire entre l'aide étrangère et les revenus fiscaux induite par la stabilité des gouvernements. Au-delà d'un niveau critique de stabilité des gouvernements, l'augmentation de l'aide semble accroître les revenus fiscaux (Yohou et al., 2015).

En général, la littérature économique ne permet pas de dégager une évidence empirique claire quant à l'existence d'un effet de complémentarité ou d'éviction de l'aide sur les ressources fiscales. Il faut dire que les résultats des études antérieures restent sensibles à l'échantillon de pays et aux méthodes utilisés, mais aussi principalement aux problèmes de spécification notamment le traitement de l'endogénéité potentielle des flux d'aide. Ceci fait que si l'aide entretient un impact sur la mobilisation fiscale, cet impact semble hétérogène selon les pays et instable au cours du temps (Brun et al., 2008). Morrissey (2014) a entrepris une revue récente des études publiées au cours des dix dernières années sur la relation entre l'aide et l'effort fiscal. L'auteur conclue qu'il n'y a pas d'effet systématique de l'aide sur l'effort fiscal et que les effets budgétaires de l'aide sont spécifiques à chaque pays. Ces résultats mettent en évidence non seulement l'effet ambigu de l'aide sur les recettes fiscales mais soulignent également la nécessité d'une instrumentation rigoureuse de l'aide pour tester son effet sur la mobilisation fiscale.

Dans cet article nous conjecturons que l'effet hétérogène – neutre, positif ou négatif – de l'aide sur les recettes fiscales observé dans la littérature empirique peut être le fait du comportement des donateurs en ce qui concerne l'allocation de l'aide. Plusieurs facteurs se conjuguent en effet pour rendre l'aide au développement moins efficace. L'un des facteurs est la fragmentation de l'aide. Lorsque l'aide provient de sources trop nombreuses, lorsqu'elle est dispersée sur un nombre excessif de programmes, lorsqu'elle est « fragmentée », l'aide peut être à l'origine de sérieux problèmes (OCDE, 2009). Par exemple, des études menées par Acharya et al. (2006) et Djankov et al. (2008) montrent que la fragmentation de l'aide réduit l'efficacité de l'aide et son impact sur le développement des pays bénéficiaires. Ceci résulte non seulement de la hausse du nombre de donateurs, mais aussi de la prolifération des activités financées par ces derniers (Deutscher et Fyson, 2008) et de la corruption engendrée par le nombre élevé de donateurs (Djankov et al., 2008). Ce qui induit en même temps un morcellement du montant d'aide. Nadoll et Hussain (2008) montrent que le degré de fragmentation de l'aide entrave son efficacité au Pakistan. Chen (2010) explore aussi l'efficacité de l'aide en Indonésie et montre que l'aide est

fragmentée principalement en raison d'un grand nombre de donateurs qui offrent moins de 10% de la part de l'APD totale au pays.

Dreher et Michaelowa (2010) ont effectué une analyse empirique basée sur des études de cas pour le Burkina Faso, l'un des pays membres de l'UEMOA. Les auteurs ont réalisé des entrevues avec des fonctionnaires du gouvernement local et du personnel des organismes d'aide. En général, de nombreux répondants affirment que la marge de manœuvre du gouvernement est plus réduite lorsque les donateurs ne sont pas d'accord sur un financement commun et des procédures coordonnées. Particulièrement, selon les responsables gouvernementaux du Burkina Faso, la charge est considérablement réduite lorsque les donateurs coordonnent et s'accordent sur un appui budgétaire général. Bien que nous n'ayons pas à notre connaissance de preuves empiriques en ce qui concerne les autres pays membres de l'UEMOA, il reste que le schéma observé dans le cas du Burkina Faso soit aussi probable dans ces pays. Le problème de l'efficacité de l'aide peut se situer en amont dans la manière d'allocation de cette aide (fragmentation de l'aide reçue). Ceci peut apparaître car les donateurs sélectionnent d'une année à l'autre les pays receveurs à l'aide de critères stricts comme par exemple la bonne gouvernance ou rationnent le montant d'aide octroyé à un pays en raison de leurs ressources limitées. Ce comportement peut influencer ou être à l'origine d'un effet controversé de l'aide sur l'effort fiscal. Le problème de ressource rare (aide) et d'allocation (de cette aide) justifie donc qu'on l'étudie dans un contexte spécifique et harmonisé comme celui de l'UEMOA.

III - L'AIDE BILATERALE DANS L'UEMOA

Les tableaux 1 et 2 ci-dessous présentent des statistiques descriptives sur l'une des principales variables utilisées dans cet article. Les données relatives aux flux d'aide proviennent de la base du Comité d'Aide au Développement (CAD) de l'Organisation de Coopération et de Développement Economiques (OCDE). Il s'agit de la répartition géographique des versements d'aide (totale nette) par donateur et par bénéficiaire. Ces données couvrent les flux des 22 principaux donateurs bilatéraux membres du CAD⁶ vers les huit pays de l'UEMOA.

Sur la période 1980-2014, le volume global net de l'aide publique au développement destiné aux pays de l'UEMOA s'est établi à 96180,24 millions de dollars US, soit en moyenne 4371,83 millions de dollars US versés par donateur et 547,74 millions de dollars US reçus par bénéficiaire. On observe de grands écarts entre les flux d'aide reçue par les pays de l'UEMOA où, sur l'ensemble de la période considérée, le montant le plus faible reçu est compris entre 0 et 0,05 millions de dollars US, alors que le plafond de ressources mobilisées s'élève à 10811,08 millions de dollars US. En moyenne, plus de 50% des pays de l'UEMOA reçoivent moins de 10% de l'aide totale décaissée par les donateurs bilatéraux. Ces résultats montrent une large dispersion de l'aide reçue à hauteur de 64% (Tableau 2).

⁶ Depuis une décennie, on assiste à une montée en puissance d'un nouvel acteur qui est la Chine. Mais l'absence de statistiques officielles liée à la non publication des données détaillées sur l'aide chinoise (Chaponnière, 2008) ne nous permet pas d'inclure la Chine dans notre échantillon de donateurs.

Tableau 1 : Répartition de l'aide selon les donateurs bilatéraux (1980-2014)

Pays donateur	Nombre de bénéficiaire dans l'UEMOA	Aide totale (US \$ millions)	Aides versées par bénéficiaire (US \$ millions)	% bénéficiaires avec moins de 10% de l'aide totale décaissée
Australie	8	58,9	7,3625	75%
Autriche	8	532,35	66,54	50%
Belgique	8	3314,35	414,29	25%
Canada	8	5668,66	708,58	37,50%
Danemark	8	2772,25	346,53	50%
Finlande	8	98,35	12,29	50%
France	8	37335,44	4666,93	38%
Allemagne	8	10416,62	1302,08	25%
Grèce	8	7,32	0,92	75%
Irlande	8	62,98	7,87	62,50%
Italie	8	3143,94	392,99	37,50%
Japon	8	4831,39	603,92	38%
Luxembourg	8	1043,24	130,41	50%
Pays-Bas	8	6164,94	770,62	62,50%
Nouvelle-Zélande	7	6,18	0,88	42,86%
Norvège	8	1179,25	147,41	62,50%
Portugal	6	665,77	110,96	83,33%
Espagne	8	1968,93	246,12	75%
Suède	8	1301,37	162,67	62,50%
Suisse	8	3142,15	392,77	37,50%
Royaume-Uni	8	673,8	84,23	50%
Etats-Unis	8	11792,06	1474,01	37,50%
Moyenne	8	4371,83	547,74	51%

Source : Nos calculs, à partir des données du CAD, OCDE.

Tableau 2 : Répartition de l'aide selon les bénéficiaires (1980-2014)

Pays	Cumul (US \$ millions)	Moyenne (US \$ millions)	Minimum (US \$ millions)	Maximum (US \$ millions)	Pays offrant max aide	Ecart-type	Coef. de Variation
Bénin	7939,36	226,84	0,06	2200,90	France	75,16	33,13
Burkina Faso	14184,96	405,28	0,00	3907,38	France	57,21	14,12
Côte d'Ivoire	18084,42	516,70	1,30	10811,08	France	304,89	59,01
Guinée-Bissau	2844,16	81,26	0,05	659,62	Portugal	40,77	50,17
Mali	16692,03	476,92	0,21	4516,18	France	144,83	30,37
Niger	11071,7	316,33	0,00	3828,38	France	83,46	26,38
Sénégal	20507,82	585,94	0,08	9639,56	France	144,24	24,62
Togo	4855,79	138,74	0,00	2152,07	France	78,02	56,24
Total	96180,24	343,50	0,00	10811,08	France	220,99	64,33

Source : Nos calculs, à partir des données du CAD, OCDE.

Pour apprécier davantage la répartition de l'aide totale au développement accordée aux pays membres de l'UEMOA, nous calculons l'indice de fragmentation de l'aide (IAF) en utilisant les méthodes adoptées dans les études existantes sur le sujet (Acharya et al., 2006 ; Knack et Rahman, 2007 ; Kihara, 2012). L'indice est calculé en utilisant un indicateur de concentration qui est celui de Hirschman-Herfindahl. L'utilisation des mesures de concentration pour mesurer la fragmentation permet de tenir compte du nombre de donateurs et de leur taille relative (Drehera et Michaelowa, 2010). L'indice Hirschman-Herfindal (HI) est calculé en additionnant le carré de la part de l'aide de chaque donateur dans l'aide totale reçue des h donateurs par le pays membre de l'UEMOA bénéficiaire (s_i).

$$HI = \sum_{i=1}^h s_i^2 \quad (1)$$

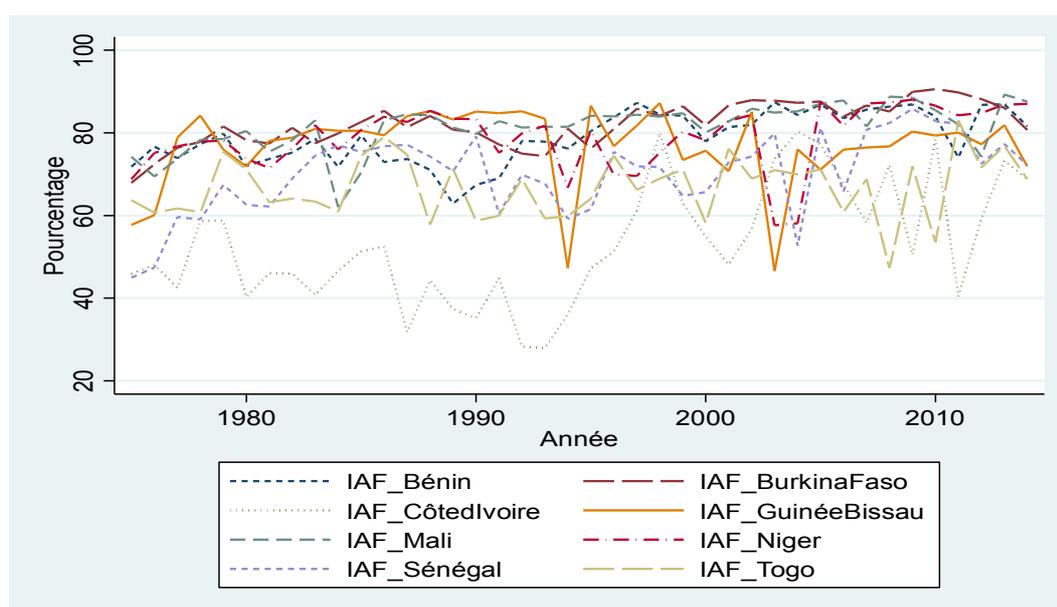
Avec
$$\frac{1}{8} \leq HI \leq 1$$

Nous obtenons l'indice de fragmentation de l'aide à partir de la relation suivante :

$$IAF = (1 - HI) \times 100 \quad (2)$$

Le calcul de l'indice est effectué sur la période 1980-2014 pour les huit pays membres de l'UEMOA et les 22 principaux pays du CAD. Un score élevé de l'IAF indique directement un haut degré de fragmentation de l'aide.

Figure 1 : Indice de fragmentation de l'aide totale au développement



Source : Nos calculs, à partir des données du CAD, OCDE.

Le graphique 1 présente l'indice de fragmentation de l'aide (IAF) calculé pour chaque pays de l'UEMOA sur la période 1980-2014. On note que le niveau de fragmentation de l'aide varie en fonction du pays et de l'année. Certains pays tels que le Bénin, le Burkina Faso, le Mali, le Niger et le Sénégal présentent un niveau minimal de l'IAF dépassant les 50%. Tous les pays de l'UEMOA indiquent au moins un niveau maximal de l'IAF de 80%. En moyenne l'aide au développement serait moins fragmentée en Côte d'Ivoire, au Sénégal et au Togo, comparativement aux autres pays membres. Ceci suppose que ces derniers ont plus souffert de la fragmentation de l'aide dans l'UEMOA que la Côte d'Ivoire, le Sénégal et le Togo qui obtiennent à eux trois près de 45% du montant total d'aide bilatérale reçue dans l'UEMOA.

IV - METHODOLOGIE

Pour analyser l'impact de l'aide publique au développement (APD) sur l'effort fiscal dans l'UEMOA, en tenant compte des décisions d'allocation des donateurs bilatéraux, nous partons du modèle de l'effort fiscal tel que spécifié en général dans la littérature (Stotsky et Woldemariam, 1997 ; Teera, 2003 ; Brun et al., 2008 ; Thornton 2014 ; Yohou et al., 2015). Nous déterminons d'abord la relation entre l'aide et l'effort fiscal dans les pays de l'UEMOA en considérant le modèle standard en panel de forme réduite suivant :

$$Y_{it} = \alpha + \beta APD_{it} + \gamma X_{it} + u_i + v_t + \varepsilon_{it}$$

α , β et γ représentent des coefficients à estimer, et sont respectivement les effets fixes individuels (pays) et temporels (année). i et t représentent respectivement les indicateurs de pays et de temps et ε_{it} est le terme d'erreur.

Y est la variable dépendante. Elle représente une mesure du prélèvement public, c'est-à-dire la part de l'impôt total (recettes fiscales) dans le PIB. La variable explicative se réfère à l'aide publique au développement bilatérale en pourcentage du PIB. Elle constitue un facteur essentiel de l'effort fiscal et représente notre variable d'intérêt. Nous considérons également les deux composantes de l'APD que sont les prêts et les dons en pourcentage du PIB. Le vecteur regroupe d'autres variables de contrôle susceptibles d'influencer l'effort fiscal, telles que le PIB par tête, la part de la valeur ajoutée agricole et industrielle dans le PIB, l'ouverture commerciale, l'inflation et le service de la dette. A l'instar de Thornton (2014), nous gardons le modèle standard le plus simple possible avec un nombre limité et raisonnable de variables explicatives. Ceci résulte de la taille de l'échantillon et des valeurs manquantes pour certaines variables telles que, l'efficacité publique et le contrôle de la corruption.

L'équation (3) est d'abord estimée par la méthode des Moindres Carrés Ordinaires (MCO) en panel groupé (Pooled MCO). Cette méthode suppose l'absence d'hétérogénéité entre les pays de l'UEMOA ($u_i = 0$). Nous utilisons ensuite l'estimateur à effets fixes (FE) en données de panel qui tient compte de l'existence d'une certaine corrélation entre les variables explicatives et les hétérogénéités constantes et non observables – les effets fixes pays. Cependant, comme les pays donateurs peuvent aussi ajuster leurs flux d'aide en fonction de la fiscalité dans les pays bénéficiaires, il peut s'avérer que les pays ayant le plus bas niveau d'imposition soient également les plus grands bénéficiaires d'aide. En outre, l'aide peut être liée aux réformes fiscales (Benedek et al., 2012). De ce fait, les résultats issus des estimations avec la méthode Pooled MCO et l'estimateur à effets fixes (FE) en données de panel pourraient être biaisés par

l'endogénéité potentielle de la variable d'intérêt qui est l'APD. Contrairement à certaines études antérieures (Ouattara, 2006), nous n'utilisons pas la méthode des moments généralisés (GMM) en panel dynamique. Cette méthode génère un nombre important d'instruments et nécessite donc une taille raisonnable de l'échantillon utilisé. Etant donné que notre échantillon n'est constitué que des pays de l'UEMOA, nous utilisons la technique des variables instrumentales appliquée au modèle groupé (Pooled IV) et au modèle à effets fixes pays (FE-IV) pour éliminer ou tout au moins réduire le biais dû à l'endogénéité possible découlant de l'APD et du PIB par tête.

Nous testons plusieurs spécifications de l'équation 3 en instrumentant l'APD et le PIB par tête. Nous utilisons comme instrument du PIB par tête, sa valeur antérieure d'une année. Pour trouver un instrument approprié de l'aide, nous adaptons au cas des pays de l'UEMOA l'approche de l'endogénéité de l'aide telle que proposée par Tavares (2003) et utilisée par Brun et al. (2008) et Thornton (2014). Le principe est de créer des variables instrumentales de l'aide qui sont corrélées avec le niveau d'aide globale reçue par un pays et qui, dans le même temps, sont exogènes par rapport aux données de finances publiques des pays en développement. La méthode de calcul de ces instruments est expliquée dans la section des données ci-dessous. Nous utilisons aussi comme instrument de l'aide, sa valeur retardée d'une année.

Conformément à l'objectif principal de cette étude, nous modifions l'équation (3) pour tester si l'effet de l'aide diffère selon les décisions d'allocation des donateurs bilatéraux – le niveau de fragmentation de l'aide. Nous nous intéressons particulièrement à la direction (ou au changement de cette direction) de l'impact de l'aide sur l'effort fiscal, en référence à un niveau donné de fragmentation de l'aide. Nous proposons donc les modèles à seuil suivant :

Spécification avec un seuil endogène Φ :

$$Y_{it} = \alpha + \beta_1 APD_{it}(q_{it} < \Phi) + \beta_2 APD_{it}(q_{it} \geq \Phi) + \gamma X_{it} + \delta dummy + u_i + v_t + \varepsilon_{it} \quad (4)$$

Spécification avec deux seuils endogènes Φ et θ (avec : $\Phi < \theta$)

$$Y_{it} = \alpha + \beta_1 APD_{it}(q_{it} < \Phi) + \beta_2 APD_{it}(\Phi \leq q_{it} < \theta) + \beta_3 APD_{it}(q_{it} \geq \theta) + \gamma X_{it} + \delta dummy + u_i + v_t + \varepsilon_{it} \quad (5)$$

La variable q_{it} représente l'indice de fragmentation de l'aide (IAF), Φ et θ sont les valeurs seuils de q_{it} divise l'équation (4) en deux régimes avec les coefficients respectifs β_1 et β_2 tandis que Φ et θ divisent l'équation (5) en trois régimes avec les coefficients β_1 , β_2 et β_3 . Les équations (4) et (5) sont des variantes de la famille des modèles de seuil de panel à effets fixes initiés par Hansen (1999) et utilisés dans plusieurs études. L'avantage de l'approche de Hansen (1999) réside dans le fait qu'elle fournit non seulement avec précision les seuils endogènes qui divisent le modèle en régimes, mais permet également de tester la non linéarité du modèle et l'influence des variables explicatives sur la variable expliquée dans chaque régime. A l'instar de Yohou et al. (2015), nous construisons une variable *dummy* relative aux différentes réformes engagées et aux événements marquants l'histoire de l'Union. Cette variable prend la valeur 1 en 1994, 1998-

2000, 2002, 2006-2007 et 2011 et la valeur 0 pour les autres années. Dans une moindre mesure, la variable *dummy* peut être considérée comme résumant les caractéristiques institutionnelles des pays⁷.

Les modèles (4) et (5) ci-dessus reposent sur l'hypothèse selon laquelle les effets de l'aide sur l'effort fiscal diffèrent selon le degré de fragmentation de l'aide. Bien qu'il n'y ait pas d'études directes dans ce sens, plusieurs auteurs ont montré que la fragmentation de l'aide réduit son efficacité et son impact sur le développement des pays bénéficiaires (Acharya et al., 2006 ; Djankov et al., 2008 ; Nadoll et Hussain, 2008). En raison de ces évidences, nous supposons dans notre étude que l'aide est plus efficace pour soutenir les recettes fiscales à des niveaux moins élevés de fragmentation et moins efficace aux niveaux supérieurs de fragmentation.

Nous utilisons la commande Stata *xthreg* développée par Wang (2015) pour estimer les modèles de seuil de panel à effets fixes de Hansen (1999) définis ci-dessus. Nous estimons d'abord l'équation (4) pour déterminer de manière endogène la valeur seuil de q_{it} qui est Φ . Nous testons également l'existence d'un effet de seuil unique, c'est-à-dire si les coefficients β_1 et β_2 sont identiques dans les deux régimes – l'hypothèse nulle (voir Wang, 2015). Un non rejet de l'hypothèse nulle indiquerait l'existence d'une relation linéaire entre l'aide et l'effort fiscal telle que spécifiée par l'équation (3). Un rejet de l'hypothèse nulle par contre correspondrait à l'existence d'un seuil unique de référence. Dans ce dernier cas, nous estimons l'équation (5) pour déterminer de manière endogène les valeurs seuils de q_{it} qui sont Φ et θ et nous testons l'existence éventuelle d'un effet de seuil double. Un non rejet de l'hypothèse alternative de seuil double nous amène à passer au modèle à seuil triple et ainsi de suite.

V - SOURCES ET DESCRIPTION DES DONNEES

Nous utilisons un ensemble de données de panel qui couvrent sept des huit pays de l'UEMOA (Bénin, Côte d'Ivoire, Burkina Faso, Mali, Niger, Sénégal et Togo) sur la période 1980-2014. Le choix de cette période d'estimation est lié à la disponibilité des données. En outre, l'utilisation des modèles à seuil sous Stata requiert des données de panel cylindré. La Guinée-Bissau est exclue de notre échantillon parce qu'elle n'a intégré l'union qu'à partir de 1997 et pour des raisons d'indisponibilité des données pour certaines années à partir de 1997. Les données sur les recettes fiscales ainsi que les données budgétaires autres que les recettes sont tirées des Statistiques Financières Internationales et Nationales, notamment de la base de données de la Banque Centrale des Etats de l'Afrique de l'Ouest (BCEAO). Les données relatives aux flux d'aide proviennent de la base du Comité d'Aide au Développement (CAD) de l'Organisation de Coopération et de Développement Economique (OCDE). L'ensemble des variables de contrôle comprenant le PIB par habitant (US constant 2000), l'inflation (le déflateur du PIB en % annuel), le service de la dette (% du PIB), la part de la valeur ajoutée agricole et industrielle dans le PIB, l'ouverture commerciale (exportations et importations en % du PIB), provient de la base de données « *World Development Indicators* » de la Banque Mondiale. Un résumé des variables utilisées dans les régressions se trouve dans le tableau A1 en Annexe.

Pour calculer les variables instrumentales liées à l'aide, nous reconstruisons les flux d'aide pour chaque pays de l'UEMOA à partir des variations de l'aide globale des donateurs et de la proximité du pays vis-à-vis des différents donateurs (voir Tavares, 2003 ; Thornton, 2014). La

⁷ Le choix de cette variable est aussi guidé pour des raisons pratiques ayant trait à la non disponibilité des données sur les variables institutionnelles.

procédure se résume à la sélection, par année, pour chaque pays receveur d'aide des dix principaux pays donateurs pour ce pays parmi les 22 principaux pays du CAD. Ensuite, l'aide de chacun de ces bailleurs de fonds (mesurée en dollars constants) est pondérée par sa proximité (géographique ou culturelle) avec le pays destinataire. La proximité géographique est mesurée par la distance bilatérale inversée entre le pays receveur et le pays donateur⁸. La proximité culturelle quant à elle est mesurée à travers une variable muette qui indique l'existence d'une langue officielle commune entre les pays donateurs et bénéficiaires. Par exemple l'instrument de l'aide calculé sur la base de la distance bilatérale entre les pays donateurs (j) et les pays bénéficiaires (i) est obtenu à l'aide de l'équation suivante :

$$Inst_aide_distance_i = \sum_{j=1}^{10\ pluslarge} (distance\ bilatérale\ inversée_{ij}) * fluxd'aide_j \quad (6)$$

Les deux instruments (proximités géographique et culturelle) sont supposés être corrélés aux flux d'aide du fait que lorsqu'un donateur augmente son flux d'aide, les pays de l'UEMOA qui sont géographiquement et culturellement proches de ce donateur reçoivent un montant d'aide plus élevé. Ces instruments sont aussi vraisemblablement exogènes par définition.

VI - RESULTATS ET DISCUSSIONS

Nous présentons et discutons brièvement d'abord les résultats issus de l'estimation du modèle standard tel que spécifié généralement dans la littérature (équation 3). Nous présentons et discutons ensuite des résultats de l'estimation du modèle modifié suivant notre objectif de recherche.

6.1. Les estimations de base

Le tableau 3 présente les résultats de base avec ou sans l'utilisation de variables instrumentales. Seuls les résultats des estimations par la méthode des Moindres Carrés Ordinaires (MCO) en panel groupé et les résultats des estimations avec l'estimateur à effets fixes (FE) sont rapportés dans ce tableau. Les résultats des estimations avec l'estimateur à effets aléatoires (RE) sont équivalents à ceux obtenus avec les MCO en panel groupé. Ceci est dû au fait que la variance estimée de l'effet aléatoire non observé u_i avec l'estimateur RE est très proche de zéro. De plus, le test de Breusch-Pagan en ce qui concerne la significativité des effets aléatoires indique que ces derniers ne sont pas globalement significatifs. Le test d'existence d'effets fixes suggère que l'estimateur à effets fixes est préférable à l'estimateur MCO en panel groupé. En effet la statistique F de Fischer ainsi que la probabilité qui lui est associée indiquent que tous les effets fixes pays u_i sont conjointement et significativement différents de zéro. Nous rapportons également dans le tableau 3, les tests relatifs à l'utilisation des variables instrumentales. Les tests de sous identification (Kleibergen–Paap F-statistique) montrent que les instruments utilisés – le PIB par habitant de l'année antérieure, l'aide retardée, la proximité géographique et la proximité culturelle – sont pertinents. Les tests d'identification faible (Cragg-Donald Wald F statistique) ne semblent pas indiquer l'existence d'une corrélation faible ; la statistique F de Cragg-Donald Wald étant inférieure à la valeur critique de Stock-Yogo

⁸ Les distances bilatérales sont obtenues à partir du site du Centre d'Etudes Prospectives et d'Informations Internationales (CEPII) (http://www.cepii.fr/CEPII/en/bdd_modele/presentation.asp?id=6).

de 9,93. Les tests de suridentification, tels que indiqués par les statistiques J de Hansen, montrent que les instruments sont valides – non corrélés avec le terme d'erreur – au seuil de significativité de 10% (modèle Pooled) et 5% (modèle à effets fixes).

Tableau 3: Effet de l'Aide sur l'effort fiscal (régressions de base)

	Sans variables instrumentales		Avec variables instrumentales
	Pooled-MCO	FE	Pooled-IV
APD	-0.208*** (0.076)	-0.167 (0.126)	-0.401** (0.157)
PIB_HBT	-0.002 (0.002)	0.010* (0.005)	-0.004* (0.002)
VA_AGRI	-0.151*** (0.031)	-0.119 (0.077)	-0.160*** (0.038)
VA_INDUS	0.190*** (0.041)	0.130 (0.067)	0.191*** (0.036)
OUV_COM	0.059*** (0.010)	0.074** (0.027)	0.049*** (0.010)
SERV_DETTE_PIB	0.588*** (0.092)	0.509*** (0.093)	0.630*** (0.092)
INFL	0.029*** (0.011)	0.048* (0.023)	0.041*** (0.015)
Constant	13.896*** (3.140)	5.361 (8.081)	17.122*** (3.598)
F statistique ($u_i=0$)		12.62***	
Kleibergen–Paap LM-statistique			25.460***
Cragg-Donald Wald F statistique			11.593
Hansen J statistique			4.890*
Observations	245	245	238
R ²	0.765	0.706	0.759
Nombre de pays	7	7	7

Note : Les effets fixes temporels sont inclus dans les estimations.

Les effets significatifs sont indiqués avec *** $p < 0.01$, ** $p < 0.05$, * $p < 0.1$.

Les écarts types corrigés de l'hétéroschélasticité sont entre parenthèses.

Source : Nos estimations à partir des données du CAD, OCDE.

Le tableau 3 montre que quels que soit les estimateurs utilisés, le coefficient de l'aide publique au développement est négatif et significativement différent de zéro (sauf pour l'estimateur FE sans variables instrumentales). Nous observons également que les coefficients sont élevés – en valeur absolue – lorsque nous tenons compte de l'endogénéité de l'APD en utilisant les estimateurs à variables instrumentales. Les résultats indiquent que la non prise en compte des estimateurs à variables instrumentales conduirait à sous-estimer – en valeur absolue – le coefficient estimé de l'APD. Ces résultats sont qualitativement similaires à ceux obtenus par des études antérieures pour certains pays en développement (Gupta et al., 2003). Des études ayant utilisé une méthode d'estimation à variables instrumentales ont obtenu des coefficients estimés

significatifs de l'aide au développement variant de l'ordre de -0,0117 à -0,25 (Benedek et al., 2012 ; Thornton, 2014). L'utilisation d'un échantillon restreint de pays dans notre étude pourrait expliquer la différence de l'ampleur de l'impact de l'aide au développement obtenu par rapport à ces études antérieures. Cependant, indépendamment du degré de l'impact de l'aide au développement, l'observation générale et commune par rapport à ces études est que le coefficient de l'APD reste toujours négatif et augmente d'ampleur – en valeur absolue – lorsque l'on tient compte de l'endogénéité de l'aide en utilisant les méthodes de variables instrumentales. Du fait donc que le biais d'endogénéité soit « à la baisse » (*downward bias*) – en valeur absolue, nous pouvons nous fier tout au moins au signe négatif de l'impact de l'aide observé dans nos estimations.

Les coefficients des autres variables explicatives ont en général les signes attendus, tels que trouvés dans la littérature. L'effort fiscal augmente avec l'augmentation du PIB par tête, la part de la valeur ajoutée industrielle, l'ouverture commerciale et le service de la dette. L'effort fiscal diminue lorsque la part de la valeur ajoutée agricole augmente. Des taux d'inflation élevés semblent s'associer à une mobilisation fiscale élevée. Ceci peut résulter du fait que si l'inflation augmente, les recettes fiscales augmentent aussi par le biais de la TVA et des recettes de l'impôt sur le revenu.

6.2. L'influence de la fragmentation de l'aide

Le tableau 4 présente les résultats des tests de linéarité pour les modèles de seuil de panel à effets fixes (équation 4 et 5). Les parties (a), (b) et (c) du tableau indiquent respectivement les résultats du test d'effet de seuil avec les modèles à seuil unique, double et triple. Les statistiques F, corrigées à l'aide de la procédure de *bootstrap* avec 1.000 réplifications ainsi que les probabilités associées, rejettent l'hypothèse nulle de linéarité dans le cas du modèle à seuil unique. En outre, les probabilités des statistiques F ne permettent pas de rejeter l'hypothèse de seuil double (b) mais par contre, rejettent l'hypothèse alternative de seuil triple (c). Cependant, le rejet de l'hypothèse de seuil unique dans le modèle à seuil double étant plus fort que celui de la linéarité dans le modèle à seuil unique, la spécification avec deux seuils (trois régimes) semble préférable à la spécification avec un seuil (deux régimes).

Tableau 4 : Test de seuil endogène avec l'APD et la variable d'intérêt est: aide totale

Statistiques	Fstat	Prob	Crit10	Crit5
Modèle à seuil endogène unique (a)				
H0: linéarité contre Ha : seuil unique	15.47	0.035	11.982	14.562
Modèle à seuil endogène double (b)				
H0: linéarité contre Ha : seuil unique	15.47	0.047	12.270	14.881
H0: seuil unique contre Ha : seuil double	14.03	0.006	8.021	9.628
Modèle à seuil endogène triple (c)				
H0: linéarité contre Ha : seuil unique	16.15	0.032	12.604	14.966
H0: seuil unique contre Ha : seuil double	14.45	0.008	8.151	9.493
H0: seuil double contre Ha : seuil triple	3.18	0.877	14.548	17.923

Note : La variable de seuil est l'indice de la fragmentation de l'aide.

Source: Nos estimations à partir des données du CAD, OCDE.

Les résultats montrent ainsi qu'il existe une relation non linéaire entre l'aide publique au développement et les recettes fiscales dans l'UEMOA. Nous effectuons un test de robustesse en employant une régression de recettes fiscales contenant un terme d'interaction quadratique de l'aide avec la méthode des variables instrumentales. Cela nous permet de voir si, au-delà d'un niveau d'aide, l'effet de l'aide sur l'effort fiscal dans l'UEMOA requiert l'utilisation d'une variable seuil (la fragmentation de l'aide dans notre étude).

Tableau 5 : Estimation du modèle de seuil de panel à effets fixes (équation 5) avec la variable APD

	Modèle à effets fixes (FE) avec détermination endogène des seuils de 51,27% et 84,18%	FE-IV
	0.311** (0.142)	
	-0.138* (0.077)	
	0.101 (0.109)	
PIB_HBT	0.016*** (0.003)	0.012*** (0.003)
VA_AGRI	-0.050 (0.043)	-0.114*** (0.039)
VA_INDUS	0.137*** (0.041)	0.123*** (0.035)
OUV_COM	0.100*** (0.014)	0.079*** (0.016)
SERV_DETTE_PIB	0.025 (0.095)	0.438*** (0.090)
INFL	-0.023 (0.022)	0.037 (0.026)
DUMMY	-0.066 (0.289)	0.047 (2.111)
APD		0.292** (0.141)
APD ²		-0.026*** (0.007)
Constant	-1.978 (2.893)	
Effets temporels	Non	Oui
Hansen J statistique		13.601***
Observations	175	245
R ²	0.640	0.715
Nombre de pays	7	7

Note: Les effets significatifs sont indiqués avec *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1.

Les écarts types sont entre parenthèses.

Source : Nos estimations à partir des données du CAD, OCDE.

Nous utilisons comme seuils de référence, les valeurs estimées de manière endogène des seuils obtenus à partir de l'estimation du modèle à effet de seuil double (voir la section méthodologie). Le premier seuil correspond à un indice de fragmentation de l'aide de 51,27% appartenant à un intervalle de confiance (à 95%) variant entre 39,38% et 52,68%. Le second

seuil est de 84,18% et se situe dans l'intervalle de confiance (à 95%) variant entre 82,77% et 84,22%. Les résultats de l'estimation (de l'équation 5) correspondant à ces seuils déterminés de façon endogène sont présentés dans le tableau 5. Il ressort que l'impact de l'aide sur l'effort fiscal diffère en fonction des seuils de fragmentation de l'aide. Pour des valeurs de l'indice de fragmentation comprises entre les seuils de 51,27% et 84,18%, l'impact de l'aide sur l'effort fiscal est négatif et significatif au seuil de 10%. Mais pour des valeurs de l'indice de fragmentation situées en dessous du seuil de 51,27%, l'effet devient positif et significatif à 5%. Par contre, pour des valeurs de l'indice de fragmentation de l'aide au-dessus du seuil de 84,18%, le coefficient associé à la variable aide est non significatif.

Ces résultats suggèrent que à une augmentation à la marge de la fragmentation de l'aide par les donateurs, correspond un moindre effort fiscal de la part des bénéficiaires. À une diminution à la marge de la fragmentation de l'aide, correspond un effort fiscal soutenu de la part des pays bénéficiaires. Il existerait donc un seuil de fragmentation de l'aide au-delà duquel l'augmentation de l'aide est préjudiciable à l'effort fiscal. Cet effort fiscal est effectif en dessous d'un seuil de l'indice de fragmentation de l'aide de 51,27%. Ceci implique qu'une moindre fragmentation de l'aide en provenance des donateurs bénéficierait aux pays membres de l'UEMOA en termes de mobilisation des ressources fiscales.

En considérant uniquement les coefficients statistiquement significatifs, on constate qu'un niveau élevé du revenu par habitant augmente la mobilisation fiscale, ceci du fait que les pays disposent d'un revenu imposable assez important. De même, le signe positif de la variable ouverture commerciale indique que plus les économies de l'UEMOA sont ouvertes, plus ils peuvent générer des revenus issus des taxes sur les marchandises. Par ailleurs, la valeur ajoutée agricole a un effet négatif sur la mobilisation fiscale contrairement à la valeur ajoutée industrielle. Cet effet négatif résulte de l'importance du secteur agricole dans les économies de l'union où le commerce agricole dans la plupart du temps a lieu dans l'informel et donc reste difficile à imposer contrairement au secteur industriel souvent organisé.

Afin de vérifier la robustesse de nos estimations à travers l'utilisation d'un modèle non linéaire, nous employons la technique des variables instrumentales appliquée au modèle à effets fixes (FE-IV) avec les instruments de l'aide – proximité géographique et proximité culturelle – utilisés précédemment. Les résultats sont présentés dans le tableau 5. Nous constatons que tous les signes des coefficients sont compatibles avec ceux issus de l'estimation du modèle à effets fixes (FE) avec détermination endogène des seuils de 51,27% et 84,18%. Le signe (statistiquement significatif) positif du coefficient de l'aide et négatif de celui de l'aide au carré soutient la non linéarité de la relation entre l'aide et l'effort fiscal dans l'UEMOA. Le test J de Hansen indique que nos instruments utilisés sont toujours valides.

6.3. L'effet de la fragmentation de l'aide à travers les dons et les prêts

Nous examinons l'effet de chaque composante de l'aide sur l'effort fiscal en relation avec l'indice de fragmentation de l'aide. Nous suivons la même méthodologie que précédemment en estimant l'équation (4) mais en remplaçant l'aide totale par chacune de ses composantes qui sont les dons et les prêts. Le tableau A2 en Annexe montre qu'il n'existe pas de relation non linéaire entre les dons et l'effort fiscal alors qu'il n'en est pas le cas pour les prêts. Les tests de linéarité pour le modèle à effet de seuil endogène rejettent les hypothèses alternatives de seuil unique et de seuil double dans le cas de la variable DONS pour la valeur critique de

significativité de 5%⁹. Dans le cas de la variable PRETS, les tests de linéarité pour le modèle à effet de seuil endogène retiennent le seuil unique endogène qui est un indice de fragmentation de 61,15%, une valeur supérieure à celle obtenue dans le cas de l'APD. Cette valeur seuil appartient à un intervalle de confiance (à 95%) variant entre 50,89% et 61,57%. Nous présentons donc les résultats de l'estimation de l'impact de l'aide (PRETS) avec détermination endogène du seuil de 61,15%.

Tableau 6 : Estimation du modèle de seuil de panel à effets fixes avec les variables DONS et PRETS

	DONS	PRETS
	Modèle linéaire (sans seuil)	Modèle à effets fixes (FE) avec détermination endogène du seuil de 61,15%
DONS	-0.173*** (0.061)	0.985*** (0.254)
		-0.172* (0.093)
PIB_HBT	0.019*** (0.002)	0.022*** (0.002)
VA_AGRI	-0.137*** (0.040)	-0.153*** (0.040)
VA_INDUS	0.139*** (0.040)	0.102** (0.040)
OUV_COM	0.103*** (0.013)	0.109*** (0.012)
SERV_DETTE_PIB	0.174*** (0.056)	0.070 (0.053)
INFL	0.007 (0.021)	0.007 (0.020)
DUMMY	-0.228 (0.317)	-0.308 (0.315)
Constant	-0.740 (2.357)	-2.319 (2.076)
Observations	245	245
R ²	0.646	0.661
Nombre de pays	7	7

Note: Les effets significatifs sont indiqués avec *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1.

Les écarts types sont entre parenthèses.

Source : Nos estimations à partir des données du CAD, OCDE.

Le tableau 6 montre qu'il existe une relation négative entre les dons et l'effort fiscal dans le modèle linéaire. Le tableau 6 montre aussi que la relation entre les prêts et la mobilisation fiscale est plutôt négative pour des valeurs de l'indice de fragmentation de l'aide au-dessus de 61,15%. En dessous de ce pourcentage, l'aide publique au développement en termes de prêts a une influence positive sur la mobilisation des revenus fiscaux. Les résultats ci-dessus montrent en général que l'impact de l'aide peut varier en fonction du degré de fragmentation de l'aide.

⁹ Les tests acceptent une relation non linéaire à seuil unique mais avec un niveau de significativité de 10%.

Particulièrement, l'effet négatif de l'aide sur l'effort fiscal peut apparaître au-delà d'un indice de fragmentation de l'aide de 51,27%. La fragmentation n'a pas d'impact sur la relation entre les DONS et l'aide. Nos résultats sont en ligne avec ceux de Furukawa (2016) qui trouve que l'efficacité de la réduction de la fragmentation de l'aide dépend du degré de dépendance à l'aide.

VII - CONCLUSION ET IMPLICATIONS DE POLITIQUE ECONOMIQUE

Dans cet article, nous fournissons une évidence empirique de l'explication de l'effet ambigu de l'aide publique au développement sur la mobilisation des ressources fiscales dans les pays de l'UEMOA. Nous trouvons que l'impact de l'aide publique au développement peut être positif ou négatif en fonction du degré de fragmentation de l'aide. Ces résultats n'impliquent pas que les pays donateurs doivent réduire les flux d'aide en direction des pays de l'UEMOA. En fait, de façon générale les pays de l'UEMOA comptent beaucoup sur les flux d'aide afin de financer leurs besoins. Et la mise en œuvre des stratégies pour atteindre les ODD nécessite d'importantes ressources. Malgré l'assainissement des finances publiques et les réformes entreprises par les pays membres dans le cadre de la mobilisation des ressources intérieures, il reste un déficit budgétaire dans le financement du développement. D'où la nécessité de recourir à la mobilisation des ressources extérieures telles que l'APD.

Nos résultats impliquent en réalité la nécessité de repenser le schéma de répartition de l'aide bilatérale entre les donateurs et les pays de l'UEMOA qui doit tenir compte du degré de fragmentation de l'aide à délivrer à ces pays. Nous suggérons que dans le cas où un risque de fragmentation de l'aide doit être opéré à l'endroit des pays bénéficiaires, pour une raison ou pour une autre, ce risque serait minimal si cette fragmentation poussée s'opère au niveau de l'allocation des prêts et ne dépassant pas le seuil de 61,15%. La fragmentation de l'aide doit rester en dessous de ce seuil pour que la distribution de l'aide en termes de prêts n'affecte pas négativement la mobilisation des ressources fiscales. L'effet des dons sur l'effort fiscal resterait toujours négatif quel que soit le degré de fragmentation de l'aide. Cependant l'avantage notable serait de rester toujours à un niveau global d'indice de fragmentation de l'aide inférieur à 51,27%. En effet un tel comportement ou schéma d'allocation de l'aide ne serait pas préjudiciable à la mobilisation des ressources fiscales dans les pays de l'UEMOA bénéficiaires.

Il existe un consensus dans la littérature sur les meilleures pratiques en termes de distribution d'aide que trop de donateurs dans un seul pays et un seul secteur et/ou trop de projets pour un seul donateur doit être évité (Easterly et Pfitze, 2008). Nous recommandons que le nouveau schéma de répartition de l'aide bilatérale entre les donateurs et les pays de l'UEMOA prenne une certaine forme de coordination entre les pays donateurs et ceux de l'UEMOA. La coordination peut s'établir entre groupes de donateurs et de bénéficiaires membres de l'UEMOA de façon à ce que l'aide distribuée à ces derniers respecte le seuil limite de fragmentation de 51,27% en général ou tout au moins pour ce qui concerne l'aide sous forme de prêts. A ce sujet il serait nécessaire d'établir un donateur principal dans chaque groupe de donateurs. Certains auteurs ont montré en effet que les pratiques des donateurs compétitifs – où il y a de nombreux petits donateurs non dominants – érodent la capacité administrative dans les gouvernements des pays bénéficiaires (Knack et Rahman, 2007) et que la présence d'un donateur principal aide à coordonner le comportement des autres donateurs et est associée à une réduction de la fragmentation de l'aide (Steinwand, 2013). Le tableau 2 montre que la France, le Portugal ainsi que l'Allemagne et les Etats-Unis (deuxièmes plus grand donateurs dans l'UEMOA) peuvent

jouer ce rôle si le schéma de la répartition de l'aide bilatérale dans l'UEMOA venait à être pensé en termes de coordination entre les donateurs et les pays membres de l'Union.

REFERENCES

- Acharya, A., A. Teresa, F de Lima, and M. Moore (2006) : « Proliferation and Fragmentation: Transaction Costs and Value of Aid », *Journal of Development Studies* (42)1: 1-21.
- Ajaz, T. et E. Ahmad (2010) : « The Effect of Corruption and Governance on Tax Revenues », *The Pakistan Development Review*, 49:4, Part II, pp. 405–417.
- Alonso, J. & C. Garcimartín (2011) : « Does Aid Hinder Tax Efforts ? More Evidence », CREDIT Research Paper, No. 11/04.
- Azam, J.P., S. Devarajan et S. A. O'Connell (1999) : « Aid Dependence Reconsidered », Policy Research Working Paper, WPS 2144, World Bank, Washington.
- Benedek, D., E. Crivelli, S. Gupta, and P. Muthoora (2012) : « Foreign Aid and Revenue : Still a Crowding Out Effect ? », IMF Working Paper 12/186.
- Bhushan, A. & Y. Samy (2012) : « Aid and Taxation : Is Sub-Saharan Africa Different ? », NSI, The North-South Institute, Research Report.
- Brun, J-F., G Chambas, and S. Guerineau (2008) : « Aide et mobilisation fiscale dans les pays en développement ? », CERDI, Etudes et Documents, 2008.
- Chaponnière, J-R (2008) : « L'aide chinoise à l'Afrique : origines, modalités et enjeux », *L'Economie politique* 2008/2 (n°38), p. 7-28. DOI 10.3917/leco.038.0007.
- Chen, Y. (2010) : « Case Study of Aid Fragmentation in Indonesia », IAFF 222 : Development Policy and Practice, Elliott School of International Affairs, The George Washington University.
- Deutscher, E. et et S. Fyson (2008) : « Améliorer l'efficacité de l'aide », *Finances & Développement* Septembre 2008, Volume 45, Numéro 3.
- Djankov, S., J. G. Montalvo and M. Reynol-Querol (2008) : « Aid with multiple personalities », *Journal of Comparative Economics*.
- Dreher, A. and K. Michaelowa (2010) : « Methodology to measure progress towards in-country division of labor », Final Report.
- Easterly, W. et T. Pfutze (2008) : « Where does the money go ? Best and worst practices in foreign aid », *Brookings Global Economy and Development*, Working Paper 21.
- Fengler, W. and H. Kharas (2011) : « Delivering Aid Differently-Lessons from the Field », Poverty Reduction and Economic Management (PREM) Network, Number 49, Economic Premise, The World Bank.
- Furukawa, M. (2016) : « Aid Fragmentation and Effectiveness for Infant and Child Mortality and Primary School Completion ». In: Klingebiel S., Mahn T., Negre M. (eds) *The Fragmentation of Aid. Rethinking International Development series*. Palgrave Macmillan, London.
- Gibson, C., K. Andersson, E. Ostrom, and S. Shivakumar (2005) : « The Samaritan's Dilemma » *The Political Economy of Development Aid*, Oxford University Press.

Gunning, J.W. (2005) : « Pourquoi donner de l'aide ? », Revue d'Economie du Développement 2005/2-3, p. 7-50.

Gupta, S., B. Clements, A. Pivovarsky, and E.R. Tiongson (2003) : « Foreign Aid and Revenue Response: Does the Composition of Aid Matter ? », IMF Working Paper, WP/03/176, IMF, Washington.

Hansen, B. E. (1999) : « Threshold effects in non-dynamic panels : Estimation, testing, and inference », Journal of econometrics, 93, 345-368.

Kihara, T. (2012) : « Effective development aid: Selectivity, Fragmentation and fragmentation, and the growth impact of development assistance », ADBI Working Paper Series No.342.

Knack, S. and A. Rahman (2007) : « Donor fragmentation and bureaucratic quality in aid recipients », Journal of Development Economics 83 (2007) : 176–197.

Morrissey, O., O. Islei and D. M'Amanja (2006) : « Aid Loans versus Aid Grants: Are the Fiscal Effects Different ? », CREDIT Research Paper, No. 06/07.

Morrissey, O. (2014) : « Aid and Government Fiscal Behavior: Assessing Recent Evidence », World Development (2014), <http://dx.doi.org/10.1016/j.worlddev.2013.12.008>.

Moss, T., G. Peterson and N. van de Walle (2006) : « An Aid-Institutions Paradox ? A Review Essay on Aid Dependency and State Building in Africa », CGDEV Working Paper, No. 74, Washington.

Nadoll, J. and N. Hussain (2008) : « Fragmentation & Proliferation in the Delivery of Foreign Assistance to Pakistan », Discussion Paper, UNDP-funded project on 'Capacity Development for Aid Coordination'.

OECD (2009) : « How Fragmented is Aid ? », OECD Journal on Development 10(1), Development Co-operation Report 2009, Chapter 2, pp. 35-52.

Ouattara, B. (2006) : « Foreign aid and government fiscal behaviour in developing countries: panel data evidence », Economic Modelling 23 (3): 506-514.

ReCom-Research and Communication (2014) : « What do we know about aid as we approach 2015 ? », UNU-WIDER, Research and Communication on Foreign Aid.

Remmer, K. L. (2004) : « Does foreign aid promote the expansion of government ? », American Journal of Political Science, vol. 48, p. 77-92.

Sachs, J. (2004) : « Ending Africa's Poverty Trap », Brookings Papers on Economic Activity 204 (1), pp. 117-240.

Steinwand, M. (2013) : « Compete or Coordinate ? Aid Fragmentation and Lead Donorship », Stony Brook University.

Stotsky, J. and A. WoldeMariam (1997) : « Tax Effort in Sub-Saharan Africa », IMF Working Paper, n°. 97/107, Washington DC: International Monetary Fund.

- Tavares, J. (2003) : « Does Foreign Aide Corrupt », *Economic Letters*, vol.79, April, p.99-106.
- Teera, J. (2003) : « An appraisal of Uganda's tax performance », Bath, UK : University of Bath, Economics working paper.
- Thornton, J. (2014) : « Does foreign aid reduce tax revenue ? Further evidence », *Applied Economics*, 46:4, 359-373.
- UEMOA (2013) : «Rapport semestriel d'exécution de la surveillance multilatérale », Commission de l'UEMOA, Juin 2013.
- Wang Q. (2015) : « Fixed-effect panel threshold model using Stata », *The Stata Journal*, Volume 15, Number 1, pp. 121–134.
- Yohou, D. H., Goujon, M. et W. Ouattara (2015) : « Heterogeneous Aid Effects on Tax Revenues: Accounting for Government Stability in WAEMU Countries », *Etudes et Documents*, n°06, CERDI.

Tableau A1 : Description des variables utilisées dans les estimations

Variables	Définition des variables	Sources
Recettes fiscales	Montant des recettes fiscales (en FCFA) sur le PIB	BCEAO
APD	Aide publique au développement bilatérale, total net en % du PIB	OECD.Stat
DONS	Dons, total en % du PIB	OECD.Stat
PRETS d'APD	Prêts, total net en % du PIB	OECD.Stat
PIB_HBT	Produit intérieur brut divisé par la population	World Development Indicators
VA_AGRI	Part de la valeur ajoutée agricole dans le PIB	World Development Indicators
VA_INDUS	Part de la valeur ajoutée industrielle dans le PIB	World Development Indicators
OUV_COM	Exportations (en % du PIB) + Importations (en % du PIB)	World Development Indicators
INFLATION	Déflateur implicite du PIB	World Development Indicators
SERV_DETTE	Somme des remboursements de capital et des paiements d'intérêt	World Development Indicators
IAF	Indice de fragmentation de l'aide	Nos estimations à partir des données de OECD.Stat

Tableau A2 : Test de seuil endogène unique et double (aide sous forme de dons et prêts)

Statistiques	Fstat	Prob	Crit10	Crit5	Crit1
Avec la variable : dons					
Modèle à seuil endogène unique					
H0: linéarité contre Ha: seuil unique	11.31	0.079	10.596	12.477	17.489
Modèle à seuil endogène double					
H0: linéarité contre Ha: seuil unique	11.31	0.084	10.765	12.441	16.036
H0: seuil unique contre Ha: seuil double	4.93	0.464	8.286	9.689	13.582
Avec la variable : prêts					
Modèle à seuil endogène unique					
H0: linéarité contre Ha: seuil unique	16.82	0.007	9.291	11.537	15.548
Modèle à seuil endogène double					
H0: linéarité contre Ha: seuil unique	16.82	0.004	8.957	10.782	14.377
H0: seuil unique contre Ha: seuil double	2.76	0.758	9.124	11.045	14.689

Note : La variable de seuil est l'indice de la fragmentation de l'aide.

Source : Nos estimations à partir des données du CAD, OCDE.

MESURES DU RISQUE SYSTEMIQUE PAR UNE APPROCHE PROBABILISTE NON PARAMETRIQUE : APPLICATION AUX DONNEES DU SYSTEME BANCAIRE DE L'UEMOA

Alsim FALL¹⁰

Résumé

Les récentes crises financières ont mis en lumière le besoin d'améliorer la modélisation du risque systémique. La présente étude propose des indicateurs de mesure de la stabilité du système bancaire de l'Union Economique et Monétaire Ouest Africaine (EMOA) en s'appuyant sur la méthode d'optimisation de la densité multivariée compatible avec l'information disponible (CIMDO) développée par Segoviano (2006) et Goodhart et Segoviano (2009). Cette approche tient compte aussi bien des relations de dépendance systémique entre les banques que des effets résultant des fluctuations macroéconomiques. Les résultats indiquent une dégradation tendancielle de la stabilité du système bancaire de l'UEMOA depuis 2004, sous l'effet de facteurs externes (choc pétrolier, crises financière et économique internationales) et de tensions politiques internes. Sur la période plus récente, le risque systémique a atteint des proportions relativement élevées en raison de la forte asymétrie d'information et du comportement d'arbitrage des banques qui privilégient la rentabilité des entreprises plutôt que leur exposition au risque de défaillance.

INFORMATIONS SUR L'ARTICLE

Historique de l'article : soumis le 08 avril 2016

Reçu en première version révisée : 15 mai 2017

Reçu en première version révisée : 20 novembre 2017

Accepté le 28 novembre 2017

Classification JEL : C02, C14, C61, G01, G21, G32, E32

Mots clés : *Risque systémique, système bancaire, probabilités de détresse, optimisation de densité de probabilités.*

¹⁰ Chargé du financement des économies à la Banque Centrale des Etats de l'Afrique de l'Ouest (BCEAO).

L'auteur remercie Madame Ndeye Aïssatou DIENG, gestionnaire des risques bancaires à la BCEAO, pour son apport significatif à l'élaboration de ce document et à la collecte des statistiques bancaires. Les remerciements vont également à l'endroit de Simon XU co-auteur de l'article « Systemic Risk in the European Sovereign and Banking System » pour sa contribution au développement du programme sous Matlab utilisé pour la mise en application du modèle. Naturellement, toute erreur ou omission relevée dans cette étude demeure exclusivement de la responsabilité de l'auteur.

Abstract

Recent financial crisis highlighted the need to improve modeling of systemic risk. This paper provides stability measures of the WAEMU banking system, based on the Consistent Information Multivariate Density Optimization (CIMDO) methodology developed by Segoviano (2006) and Goodhart and Segoviano (2009). This approach take account of distress dependence among the banks in a system and its changes at different times of the economic cycle. Our results show that the WAEMU banking stability deteriorated gradually since 2004 due to external factors (oil price shocks, international financial and economic crises) and internal political troubles. Most recently, systemic risk reached relatively high levels due to the strong information asymmetry and arbitrage behavior of banks that focus on profitability rather than default risk of firms.

ARTICLE INFORMATIONS

Article history: Submitted April 8, 2016

Received in first revised form April 3, 2017

Received in second revised form May 15, 2017

Accepted November 28, 2017

Keywords: Systemic Risk, Banking System, Probabilities of Distress, Density Optimization

Classification JEL: C02, C14, C61, G01, G21, G32, E32

I - INTRODUCTION

Les mutations profondes qu'ont connues les marchés durant ces dernières décennies ont entraîné une interconnexion plus marquée des activités des institutions financières accentuant leur vulnérabilité aux chocs conjoncturels. Ce contexte particulièrement tendu, confirmé par les expériences tirées des récentes crises financières, a rendu nécessaire le renforcement des dispositifs de prévention des risques systémiques.

Ainsi, l'élaboration d'outils quantitatifs de plus en plus performants, prenant en considération les relations de dépendance entre les établissements de crédit en situation de crise, apparaît comme primordiale pour la surveillance de la stabilité financière. Les organes de supervision portent une attention particulière à l'importance de mesurer le risque de détresse auquel est exposée une banque spécifique (pertes excessives, insolvabilité) mais également les effets de contagion suscités par un tel événement sur l'ensemble du système financier. Les risques d'interdépendance systémiques peuvent être directs lorsque l'encours des prêts par syndication et/ou les transactions sur le marché interbancaire sont importants. Ils sont indirects lorsque les crédits consentis par plusieurs banques à un nombre réduit d'entreprises ou à un secteur donné sont élevés.

Par ailleurs, le niveau de dépendance de détresse entre les établissements bancaires évolue en fonction des cycles d'affaires et tendent à s'amplifier en période de contraction de l'activité économique.

Dans l'espace UEMOA¹¹, le risque systémique est apprécié à travers divers facteurs de solidité et de vulnérabilité tirés des bilans des établissements de crédit (BCEAO, 2006, 2008). Il s'agit essentiellement d'indicateurs macroprudentiels et macroéconomiques portant sur l'adéquation des fonds propres, la rentabilité, la liquidité, la qualité du portefeuille des banques ainsi que le rythme de l'expansion du crédit par rapport à celui de l'activité économique. Dans le prolongement de ces travaux, Doucouré et Sène (2014) ont confectionné un indice de stabilité financière afin d'évaluer ses déterminants. Leur indice synthétique est obtenu à partir d'une combinaison de trois agrégats bancaires : les fonds propres, la liquidité et la rentabilité des actifs. Toutefois, la faiblesse d'une telle technique de mesure réside dans le fait qu'elle ne s'appuie sur aucun substrat théorique lui conférant une consistance scientifique avérée. En outre, la construction d'un indice de stabilité basé sur l'agrégation de variables financières ne prend pas nécessairement en compte les relations d'interdépendance systémique ni les effets cycliques de l'activité économique.

Partant de ces constats, les réflexions pourraient être orientées vers l'adoption de nouvelles approches pertinentes d'un point de vue théorique qui permettraient un meilleur suivi du niveau global de la stabilité bancaire de l'Union, grâce à la prise en compte non seulement des relations d'interdépendance entre les banques mais aussi des effets résultant des fluctuations macroéconomiques.

La présente étude apporte une contribution à l'estimation d'indicateurs susceptibles de traduire fidèlement l'évolution du niveau global de la stabilité du système bancaire dans l'UEMOA. L'approche utilisée s'appuie sur la méthode d'optimisation de la densité multivariée compatible

¹¹ L'UEMOA (Union Economique et Monétaire Ouest Africaine) est un espace économique au sein duquel est assurée une totale liberté de circulation des personnes, des capitaux, des biens, des services et des facteurs de production. Créée le 10 janvier 1994 à Dakar, l'UEMOA regroupe huit (8) Etats : le Bénin, le Burkina Faso, la Côte d'Ivoire, la Guinée Bissau, le Mali, le Niger, le Sénégal et le Togo.

avec l'information disponible¹² (CIMDO) développée par Segoviano (2006) et Goodhart et Segoviano (2009). Cette approche, fondée sur la théorie d'entropie de l'information (Shannon, 1948), consiste à générer une fonction non paramétrique de densité multivariée qui permet de mesurer, à chaque instant, la probabilité que tous les établissements du système bancaire soient en crise. En outre, la fonction de densité intègre une structure de dépendance, représentée par une copule, qui rend compte de la dépendance de détresse entre les banques ainsi que ses variations à travers les cycles conjoncturels. La méthodologie se distingue par sa simplicité de mise en œuvre et produit des estimations robustes au regard du critère de la Transformation Intégrale de Probabilité (Diebold et al., 1999).

La notion de « dépendance de détresse » constitue la clé de voûte de la méthodologie dans le sens qu'elle permet d'évaluer les effets de contagion qui, au-delà des probabilités de détresse individuelles de chaque établissement, tendent à accentuer le risque systémique. La modélisation proposée permet de saisir parfaitement la dépendance de détresse du fait qu'elle considère les paniques bancaires comme des événements extrêmes qui concernent les queues de distribution. Les mesures de corrélations usuelles qui privilégient les centres de distribution ne permettent pas de saisir de manière appropriée les risques de contagion du système bancaire.

Enfin, le choix de la méthode CIMDO est motivé par le fait que les indicateurs de stabilité bancaire peuvent être construits à partir d'une quantité limitée d'informations statistiques. En particulier, il s'agit de disposer pour chaque établissement une mesure empirique de la probabilité de détresse qui peut être approchée de plusieurs manières en fonction de la disponibilité des données. Ainsi, la méthodologie peut être mise en œuvre sans difficultés dans les pays en développement y compris ceux de l'UEMOA.

La section II analyse les faits stylisés sous l'angle des incertitudes qui caractérisent le marché du crédit de l'UEMOA. Elle permet d'apprécier, à travers divers indicateurs financiers, les risques d'instabilité auxquels est sujette l'activité de financement des économies de l'UEMOA. La section III expose la revue de la littérature et revient sur les éléments justificatifs de la pertinence de l'approche CIMDO en tant qu'instrument de mesure de la stabilité bancaire. La méthodologie présentée dans la section IV décrit la procédure de mise en œuvre de la méthode CIMDO. Cependant, la compréhension de cette méthodologie pourrait être facilitée par la lecture de l'annexe 1 qui donne une idée précise sur les fondements théoriques de l'approche CIMDO. La mise en application du modèle aux données de l'UEMOA ainsi que les interprétations qui en découlent font l'objet de la section V. La section VI est réservée à la conclusion et aux recommandations.

II - REVUE DES INDICATEURS DE RISQUES FINANCIERS

La présente section aborde la problématique de la stabilité du système financier de l'UEMOA à travers l'examen des principaux événements à l'origine des vulnérabilités qui caractérisent le marché du crédit. L'analyse proposée dans ce cadre, qui résulte de l'exploitation de divers indicateurs de risque financier, devrait rendre compte de la situation encore fragile du secteur bancaire et justifier ainsi la mise sur pied d'un indicateur pertinent de stabilité financière.

¹² *Consistent information Multivariate Density Optimization* (CIMDO)

II.1. La qualité du portefeuille des établissements de crédit

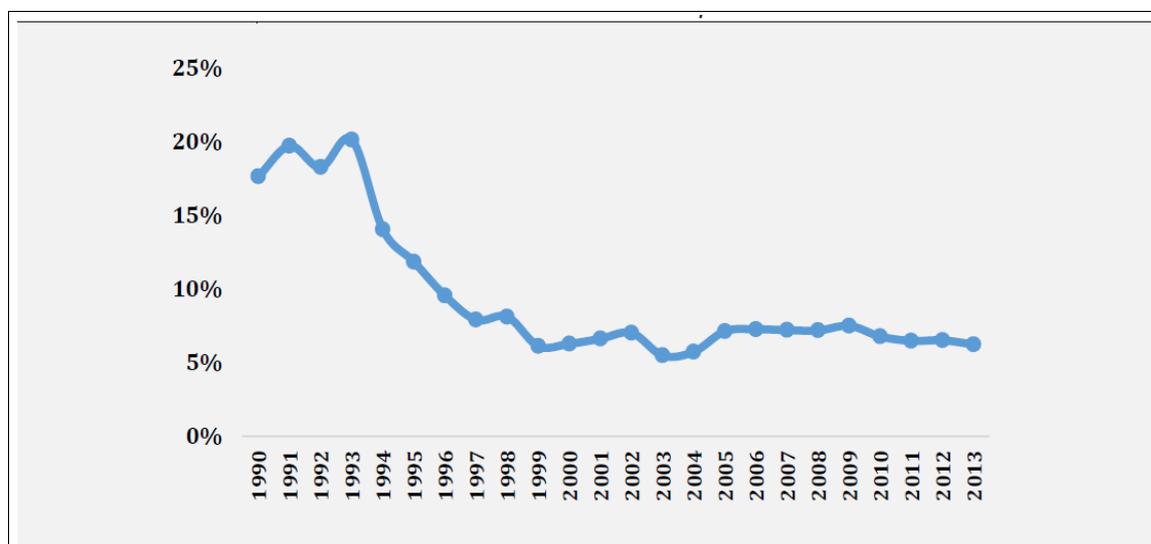
L'indicateur généralement retenu pour calculer la qualité des crédits est le taux de dégradation du portefeuille, défini comme le rapport entre les créances en souffrance et l'encours des crédits.

Un portefeuille de qualité constitue un élément fondamental de la stabilité financière et participe à la bonne transmission des signaux de la politique monétaire à travers le canal du crédit. A *contrario*, lorsque les banques accumulent d'importantes créances en souffrance, le système bancaire ne peut être considéré comme viable. En effet, le provisionnement de ces créances entraîne une réduction des disponibilités en ressources des établissements, affectant négativement leur capacité à financer des activités productives. Lorsque les crédits en souffrance deviennent irrécouvrables et donc non provisionnés, elles sont déduites des fonds propres de base pour l'intégralité de leur montant. Il s'ensuit une détérioration de la capitalisation et de la solvabilité de ces établissements. Ainsi, les risques de crise systémique s'accroissent lorsque l'insolvabilité devient chronique et généralisée.

Par ailleurs, les défauts de remboursement de crédits exercent un effet d'éviction sur le financement des investissements, ce qui peut entraîner un repli des activités économiques qui, à son tour, détériore la rentabilité des entreprises emprunteuses. Ce processus pourrait ainsi générer un mécanisme d'accélérateur financier synonyme de crises bancaire et économique.

Graphique II.1 : Taux net de dégradation du portefeuille des banques dans l'UEMOA

Créances en souffrance nettes des provisions / encours des crédits net



Source : BCEAO

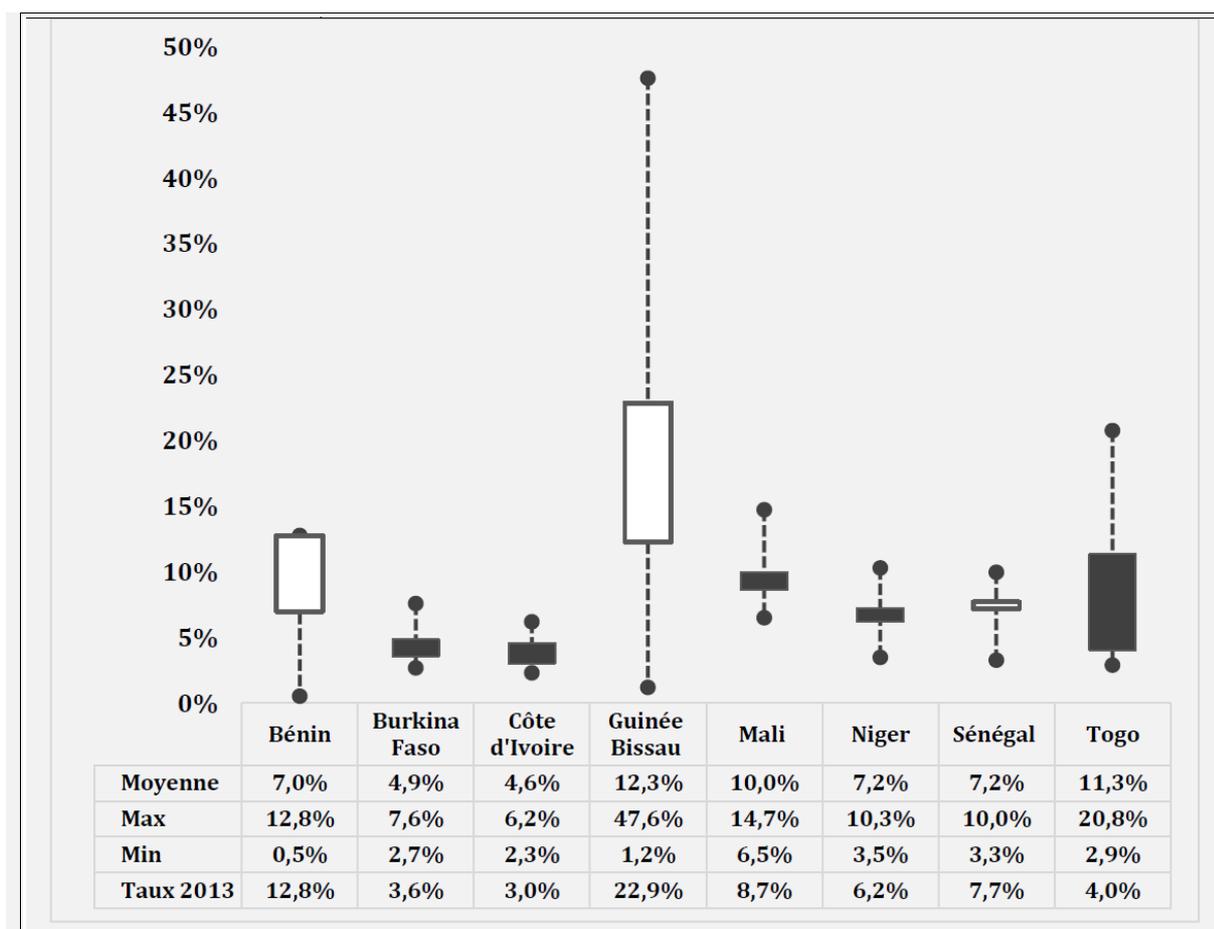
Le taux net (des provisions) de dégradation a suivi une évolution baissière amorcée depuis 1994, à la faveur de l'assainissement du système bancaire (graphique II.1). Toutefois, sa tendance est maintenue stable depuis le début des années 2000 gravitant autour d'une moyenne de 6,7%.

L'analyse par pays, sur la période 2000-2013 (graphique II.2), révèle une forte dispersion de l'encours des créances nettes en souffrance en Guinée-Bissau qui ont évolué sur une bande comprise entre 1,2% et 47,6%. La variabilité reste également importante pour le Togo et le Bénin. La Côte d'Ivoire et le Burkina Faso affichent les meilleures performances en termes de maîtrise de l'évolution des créances en souffrance.

L'observation du graphique II.2 indique également que la Guinée-Bissau enregistre la moyenne la plus élevée sur cette période, soit 12,3%, suivie du Togo (11,3%) et du Mali (10%). En revanche, la Côte d'Ivoire et le Burkina Faso contribuent à l'atténuation de la moyenne sous régionale.

Graphique II.2 : Niveau de dégradation du portefeuille des banques par pays

Créances en souffrance nettes des provisions / encours des crédits nets
Période 2000-2013



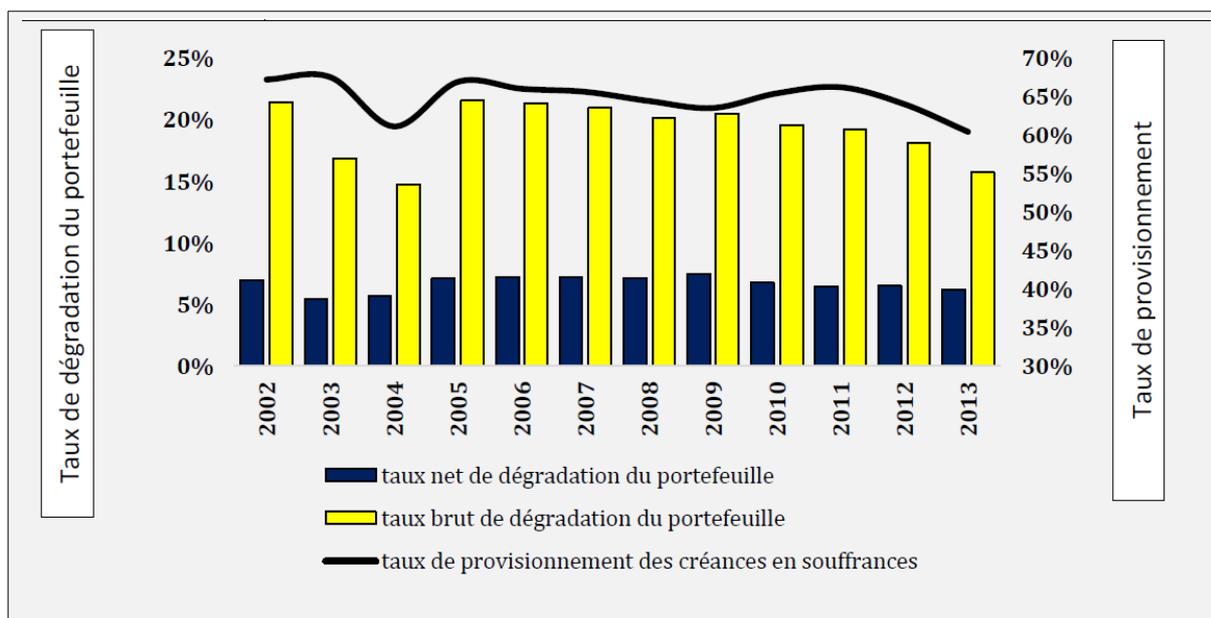
Source : BCEAO

Par ailleurs, en 2013, la qualité du portefeuille des banques s'est améliorée dans tous les pays de l'UEMOA, à l'exception de la Guinée-Bissau, du Bénin et du Sénégal qui ont enregistré un taux net de dégradation supérieur à sa moyenne entre 2000 et 2013.

Globalement, les risques liés à l'accumulation des créances en souffrance nettes ont été sensiblement atténués par rapport à la période de crise des années 80 et 90. Cependant, leur niveau et amplitude de variation demeurent élevés en Guinée-Bissau et, dans une moindre mesure, au Togo, au Bénin et au Mali.

Toutefois, il convient de préciser que les créances en souffrance nettes ne rendent pas nécessairement compte des problèmes latents du système bancaire dès lors que la provision, dont l'avantage est de limiter le risque de panique, représente un coût, voire une perte probable pour les banques. C'est pourquoi, il est souhaitable d'analyser également le taux brut de dégradation du portefeuille qui offre une meilleure appréciation du risque auquel sont exposés les établissements de crédit face au défaut de recouvrement de leurs créances.

Graphique II.3 : Dégradation du portefeuille des banques et niveau de provisionnement dans l'UEMOA – Période 2002-2013



Source : BCEAO/Commission Bancaire de l'UEMOA¹³

Les évolutions des taux brut et net de dégradation du portefeuille ainsi que celle du taux de provisionnement des créances en souffrance sont retracées au graphique II.3. Il apparaît clairement que les taux bruts représentent plus du double des taux nets, d'où un niveau de provisionnement moyen de 65% sur la période 2002-2013. Le taux brut de dégradation du portefeuille, évalué sur cette base, se situe en moyenne à 19,2%. Ce niveau élevé du risque de crédit porté par le système bancaire pourrait être expliqué par :

- la mauvaise appréciation de la situation financière des débiteurs ainsi que la rentabilité économique des projets à financer, en raison de la présence d'asymétrie d'information ;
- la course à l'extension de la taille de marché qui se traduit par une incursion précipitée et souvent mal ciblée dans un secteur ou sur un nouveau produit financier mal étudié ;
- l'exiguïté du segment de la clientèle jugée crédible du fait de la prépondérance du secteur informel. Cette situation entraîne un certain laxisme en matière d'évaluation du risque ex ante sur cette clientèle très convoitée par les banques ;
- la concentration du crédit destiné essentiellement au financement des services, notamment les activités commerciales ;
- la vulnérabilité des économies de l'Union aux chocs extérieurs. En particulier, le renchérissement inattendu des cours des matières premières, notamment le pétrole, a sensiblement réduit la marge de profit des entreprises à travers la hausse des coûts de production et la baisse de la demande intérieure. Cette conjoncture défavorable aurait contribué à l'accumulation de créances en souffrance.

¹³ L'UEMOA (Union Monétaire Ouest-Africaine) est une zone monétaire regroupant huit (8) Etats membres : le Bénin, le Burkina Faso, la Côte d'Ivoire, la Guinée Bissau, le Mali, le Niger, le Sénégal et le Togo. L'UEMOA s'occupe exclusivement des questions monétaires. A cet effet, elle se distingue de l'Union Economique et Monétaire Ouest-Africaine (UEMOA) qui fait du développement et de l'intégration économiques, ses objectifs essentiels.

Ainsi, le niveau de dégradation du portefeuille pourrait constituer une source majeure de préoccupation pour la stabilité financière, voire économique, de l'Union. Aussi, pour se prémunir contre les défauts de remboursement, les établissements de crédit sont portés à instituer des conditions de banque (prime de risque et garanties) plus contraignantes susceptibles de conduire à une sélection adverse et de créer les conditions de propagation du mécanisme d'accélérateur financier.

II.2. Analyse du comportement des taux d'intérêt

Les difficultés, voire les faillites bancaires, ont traditionnellement pour origine des expositions mal maîtrisées au risque de crédit lié à la probabilité de défaut de l'emprunteur. Des problèmes de même nature peuvent également être suscités par une gestion déficiente du bilan dans le cadre de l'activité de transformation des ressources. En effet, le rôle d'intermédiation financière des établissements de crédit les expose au risque de taux en finançant des actifs à long terme par des dépôts ou d'autres formes de financement souvent exigibles à court terme.

Ainsi, ces deux types de risque (défaut de remboursement et mauvaise gestion des actifs et passifs) constituent une menace non seulement pour l'équilibre financier des établissements de crédit mais aussi pour la stabilité financière dans son ensemble. De façon pratique, l'exposition à ces risques peut être analysée à travers l'évolution des taux d'intérêt qui reflètent les anticipations des acteurs sur le marché du crédit. Une variation importante des taux est perçue comme une manifestation de panique sur le marché.

D'un point de vue statistique, il s'agit de faire appel à deux indicateurs relatifs à la volatilité et la persistance des séries chronologiques sur les taux d'intérêt appliqués par le système bancaire. La volatilité des taux constitue une mesure d'instabilité du système financier dans le sens qu'elle donne une indication sur le degré d'incertitude affectant le comportement des acteurs du marché du crédit. Une fluctuation importante du coût du crédit dénote des perspectives incertaines sur la capacité de remboursement des débiteurs tout en accentuant le risque de transformation des ressources de courtes maturités en emplois longs. La persistance traduit le délai d'ajustement du taux d'intérêt vers son niveau d'équilibre lorsqu'il est affecté par un choc exogène. Elle est d'autant plus élevée que le retour vers l'équilibre s'effectue avec plus de lenteur. En outre, la persistance contribue à la volatilité à hauteur de sa capacité à amplifier les chocs. Les informations relatives à la volatilité et à la persistance des taux d'intérêt dans l'UEMOA sont présentées au tableau II.1.

L'examen du tableau II.1 fait ressortir une baisse sensible de la volatilité des taux d'intérêt entre les décennies 90 et 2000, à la faveur des réformes entreprises par les autorités financières et monétaires, en réaction aux bouleversements du système financier apparus depuis la fin des années 80 qui se sont prolongés jusqu'après la dévaluation du FCFA par rapport au Franc français. En outre, la volatilité des taux à court terme est plus faible que celle des taux à moyen et long terme, marquant ainsi la préférence des banques pour les crédits de courte maturité. Au cours des années 90, les pays les plus exposés aux fluctuations des taux étaient le Niger, le Mali et le Togo¹⁴. Toutefois, une nette amélioration a été ressentie dans ces pays durant les années 2000. Par contre, la situation de la Guinée Bissau apparaît relativement précaire sur cette période. Les meilleurs résultats ont été notés au Sénégal, au Bénin et en Côte d'Ivoire¹⁵.

¹⁴ Sur la période 1990 – 2000, les données ont été traitées pour l'ensemble des pays de l'UEMOA à l'exception de la Guinée Bissau dont l'entrée dans l'UEMOA a eu lieu en mai 1997.

¹⁵ Les résultats détaillés par pays n'ont pas été exposés dans ce document mais sont disponibles sur demande adressée à l'auteur.

Tableau II.1 : Propriétés statistiques du taux d'intérêt, selon la maturité
Données agrégées de l'ensemble des pays de l'UEMOA

Maturité	Court terme	Moyen terme
<i>Période 1990-2000</i>		
Volatilité	0,14	0,18
Persistance	0,34	0,45
Part de la volatilité due à la persistance	11,8%	20,0%
<i>Période 2001-2013</i>		
Volatilité	0,04	0,11
Persistance	0,47	0,62
Part de la volatilité due à la persistance	21,8%	38,4%

Note : Les variables utilisées pour le calcul de la volatilité et de la persistance ont été préalablement traitées en appliquant le filtre HP aux données brutes transformées en logarithme, afin de calculer les écarts par rapport aux états stationnaires. La volatilité est mesurée par l'écart-type tandis que la persistance est obtenue à travers le coefficient autorégressif. La contribution de la persistance à la volatilité (C_p) est une fonction du rapport entre la variance de l'erreur issue de la modélisation autorégressive et celle de la série représentative du taux d'intérêt, soit $C_p = 1 - \text{var}(\varepsilon_t)/\text{var}(y_t)$ avec $y_t = a y_{t-1} + \varepsilon_t$.

En revanche, la persistance est devenue plus importante sur la période récente traduisant une sensibilité accrue du marché du crédit aux chocs exogènes. Cette situation pourrait être expliquée par le renforcement du dispositif de surveillance prudentielle qui tend à allonger les délais de résorption des chocs affectant le système bancaire.

En définitive, les indicateurs montrent que les incertitudes s'accroissent avec la maturité du crédit. En l'occurrence, les marchés à moyen et long terme sont empreints d'une variabilité et d'une sensibilité aux chocs plus importantes que le marché à court terme. Ce niveau relativement élevé du risque sur ces compartiments peut être mis en relation avec la situation des bénéficiaires de ces prêts, notamment :

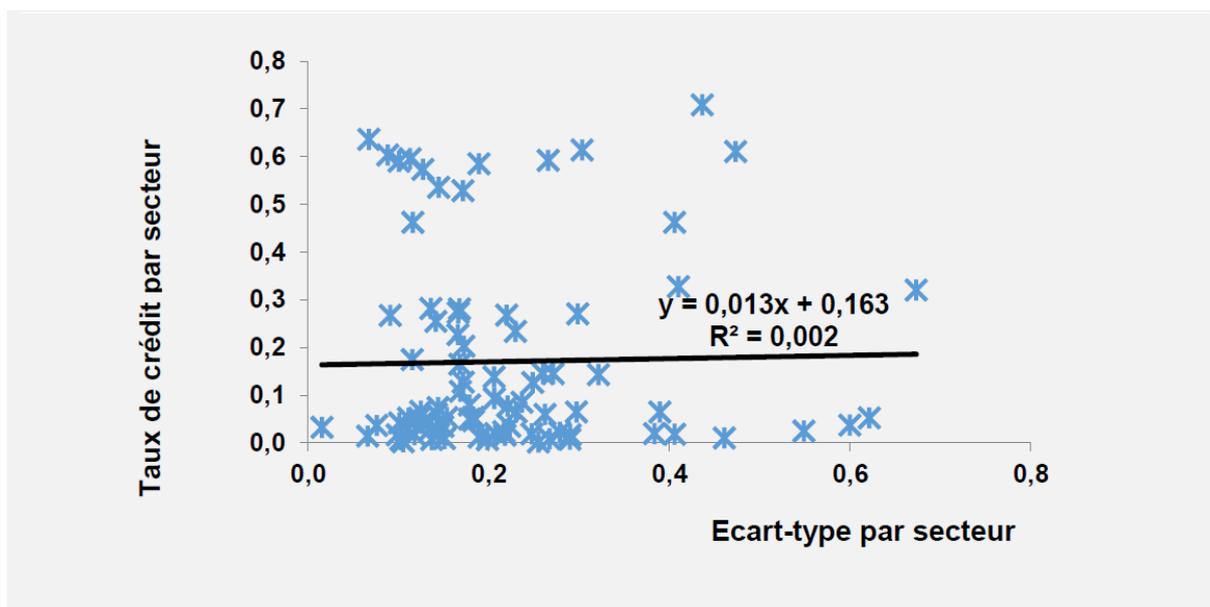
- l'état de précarité des petites et moyennes entreprises (PME), sujettes à une forte mortalité ;
- les incertitudes sur la production et le rendement des grandes entreprises, principalement celles produisant des matières premières.

A cela s'ajoute les difficultés du secteur de l'immobilier, principal instrument servant de collatéral aux crédits bancaires (absence de visibilité sur les prix, litiges fonciers, contraintes administratives, juridiques et judiciaires etc.).

II.3. Crédits bancaires et situation du secteur productif

Au-delà de l'analyse des taux d'intérêt sur le marché du crédit, le niveau de stabilité du système financier peut être perçu à travers le dispositif d'octroi de crédits des banques, fondé sur leurs décisions d'arbitrage entre le risque et la rentabilité des projets à financer.

Graphique II.4 : Relation crédit et volatilité
Période 1990-2000



Notes : Tous les pays de l'UEMOA ont été pris en compte à l'exception de la Guinée Bissau. Les branches d'activités retenues, en fonction de la disponibilité des données, sont les extractives, les industries manufacturières, le secteur de l'énergie (électricité, eau et gaz), la construction, le commerce, les transports & télécommunication et les autres services. La volatilité d'une branche est déterminée par l'écart-type de ses variations cycliques obtenues à l'aide du filtre HP. Les périodes considérées concernent 1990-1995 et 1996-2000. Le taux de crédit représente le rapport entre le montant d'un concours accordé à une branche et le total des crédits distribués, sur les périodes indiquées.

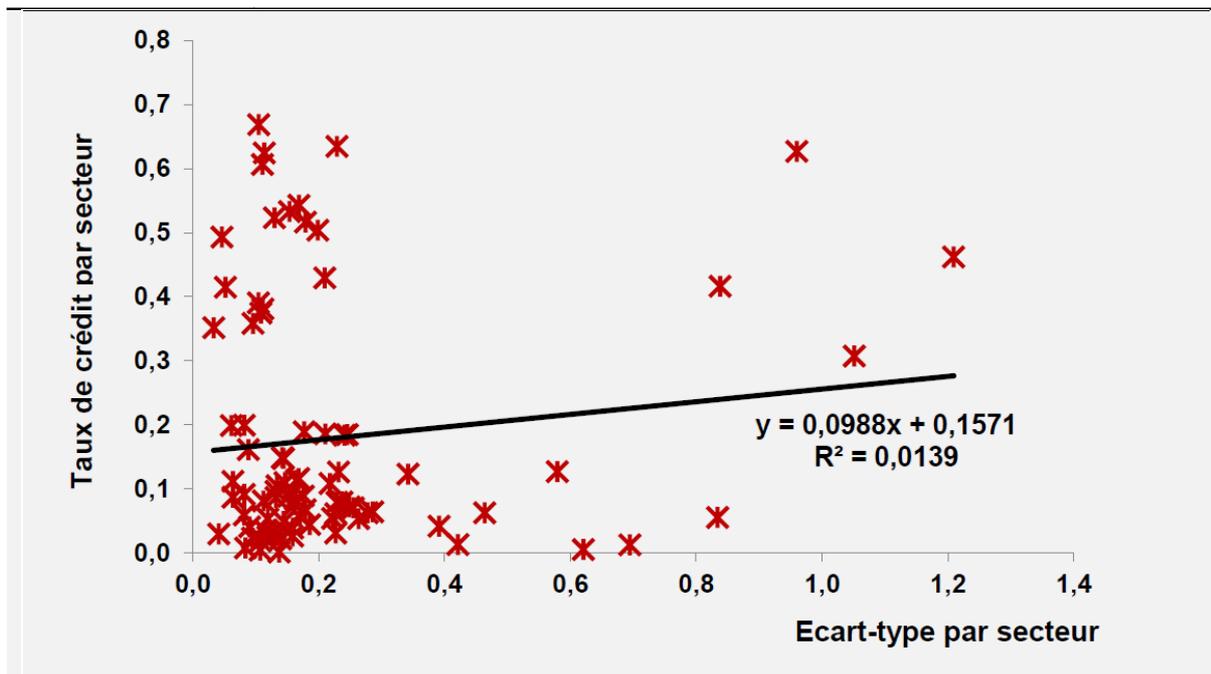
Sources : BCEAO, calculs de l'auteur.

Sur la base des statistiques des pays de l'UEMOA, la relation entre la volatilité des branches du secteur réel et le niveau de crédits mis à leur disposition a été représentée aux graphiques II.4 et II.5 respectivement sur les périodes de 1990 à 2000 et de 2001 à 2013¹⁶. Ces représentations permettent de rendre compte du degré de sensibilité des banques aux risques de retournement conjoncturel de la situation des entreprises bénéficiaires de crédits.

Sur ces graphiques, il apparaît une corrélation légèrement positive mais non significative entre les fluctuations du secteur productif et les concours dont il bénéficie. En outre, la pente de la courbe de tendance est plus marquée durant les années 2000 par rapport à la décennie précédente. Ce constat est en porte-à-faux avec les bonnes pratiques en matière de gestion du risque qui stipulent que le niveau de crédit accordé à une entreprise est d'autant moins important que l'exploitation est vulnérable aux aléas économiques.

¹⁶ Compte tenu de l'indisponibilité des données, la Guinée Bissau ne figure pas dans ces représentations

Graphique II.5 : Relation crédit et volatilité
Période 2001 – 2013



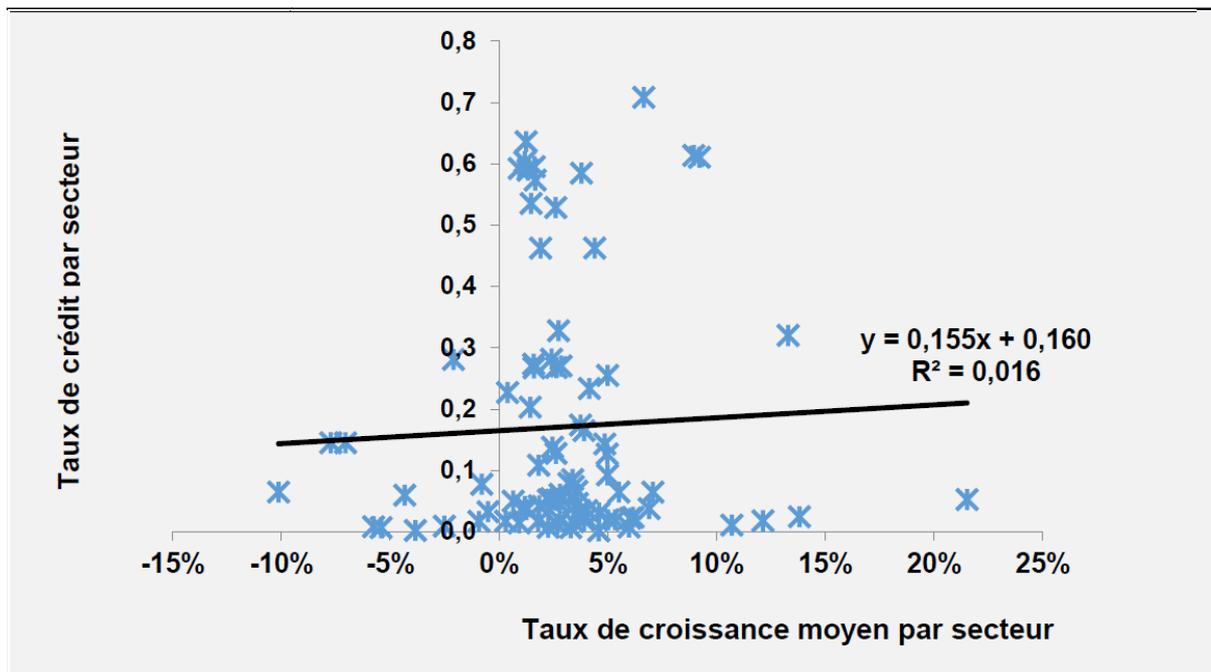
Notes : Tous les pays de l'UEMOA ont été pris en compte à l'exception de la Guinée Bissau. Les branches d'activités retenues, sont similaires à celles du graphique II.4. La volatilité d'une branche est déterminée par l'écart-type de ses variations cycliques obtenues à l'aide du filtre HP. Les périodes considérées portent sur 2001-2006 et 2007-2013. Le taux de crédit représente le rapport entre le montant d'un concours accordé à une branche et le total des crédits distribués, sur les périodes indiquées.

Sources : BCEAO, calculs de l'auteur.

Ainsi, le résultat traduit un manque de visibilité des établissements de crédit sur les risques d'instabilité de l'environnement économique. C'est la raison pour laquelle des garanties fortes, surtout hypothécaires, sont exigées par ces bailleurs de fonds en compensation aux incertitudes a priori non décelables du système productif. En conséquence, l'asymétrie d'information oblige les banques à contraindre davantage les conditions d'octroi de crédit, ce qui, par effet d'enchaînement, peut conduire à un processus d'accélérateur financier en présence d'un choc exogène négatif. L'asymétrie d'information conduit également au phénomène d'anti-sélection (les emprunteurs solvables préfèrent s'abstenir du fait des conditions de banque défavorables, tandis que ceux à risque acceptent ces conditions en dépit de la précarité de leur capacité de remboursement) accentuant la dégradation de la qualité de leur portefeuille.

S'agissant du rapport entre le crédit et la rentabilité des secteurs (mesurée par le taux de croissance de l'activité), il est analysé suivant les mêmes périodes 1990 - 2000 et 2001 - 2013 à l'aide des graphiques II.6 et II.7 respectivement.

Graphique II.6 : Relation crédit et croissance
Période 1990-2000

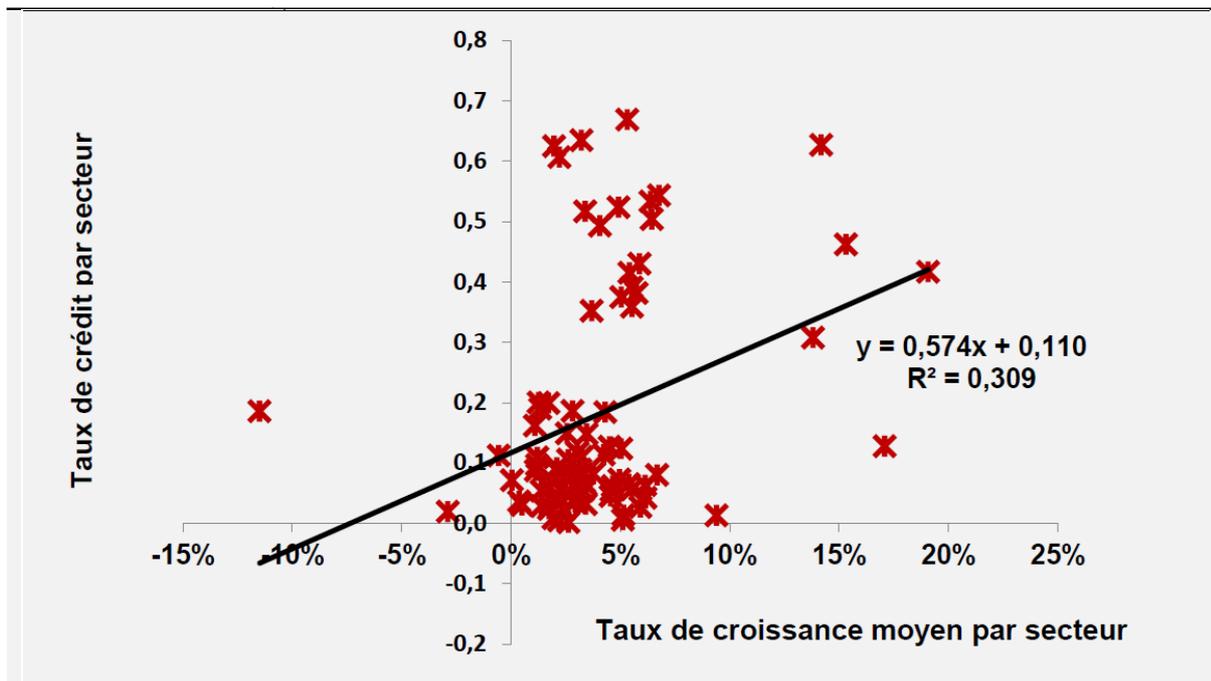


Notes : Tous les pays de l'UEMOA ont été pris en compte à l'exception de la Guinée Bissau. Les branches d'activités retenues, sont similaires à celles du graphique II.4. Les périodes considérées sont 1990-1995 et 1996-2000. Le taux de crédit représente le rapport entre le montant d'un concours accordé à une branche et le total des crédits distribués, sur les périodes indiquées.

Sources : BCEAO, calculs de l'auteur.

Durant les années 90, l'effet de la croissance du secteur réel sur le crédit se révèle insignifiant au regard de la pente de la droite de tendance du graphique II.6 ainsi que l'équation qui la décrit. L'absence de corrélation sur cette période se justifie naturellement par la mise en œuvre de politiques inadaptées (politique d'encadrement du crédit, mainmise de l'Etat dans la gestion des banques publiques) ayant conduit à une répartition inefficace du crédit. Ainsi, certaines branches à productivité réduite ont bénéficié d'une importante allocation de crédits bancaires (plus de 45% du volume distribué), telle que l'activité de commerce dans tous les pays de l'UEMOA. En revanche, les entreprises évoluant dans les branches « extractives » et « construction » ont été les moins servies (moins de 8% du volume distribué) malgré les niveaux de croissance enregistrés sur la période (supérieurs à 5%).

Graphique II.7 : Relation crédit et croissance
Période 2001-2013



Notes : Tous les pays de l'UEMOA ont été pris en compte à l'exception de la Guinée Bissau. Les branches d'activités retenues, sont similaires à celles du graphique II.4. Les périodes considérées concernent 2001-2006 et 2007-2013. Le taux de crédit représente le rapport entre le montant d'un concours accordé à une branche et le total des crédits distribués, sur les périodes indiquées.

Sources : BCEAO, calculs de l'auteur.

En revanche, la tendance s'est nettement améliorée au cours des années 2000 (graphique II.7), montrant une réaction positive du crédit aux performances des entreprises.

Au demeurant, l'analyse du comportement d'arbitrage des établissements de crédit révèle une inclination de ceux-ci à octroyer des concours sur la base de la rentabilité des secteurs au détriment de l'incertitude qui les caractérise et de leur vulnérabilité aux chocs exogènes. Ce résultat reste essentiellement valable à partir du début des années 2000 où les effets de la libre concurrence ont commencé à se manifester. Ainsi, la moindre importance accordée à l'incertitude sur les activités productives, nonobstant la prise de garanties, traduit un niveau non négligeable de risques d'instabilité auxquels est exposé le système financier de l'Union.

En définitive, il importe de relever que, malgré les efforts accomplis pour consolider la viabilité et la compétitivité des établissements de crédit, l'activité de financement des économies de l'UEMOA demeure sujette à des risques d'instabilité perceptibles à travers divers indicateurs financiers. Ainsi, le taux brut de dégradation du portefeuille qui est de l'ordre de 19% en 2013 traduit les carences des banques en matière d'appréciation de la situation des débiteurs, en raison de la présence d'une forte asymétrie d'information et de la ruée vers les projets avantageux et souvent risqués.

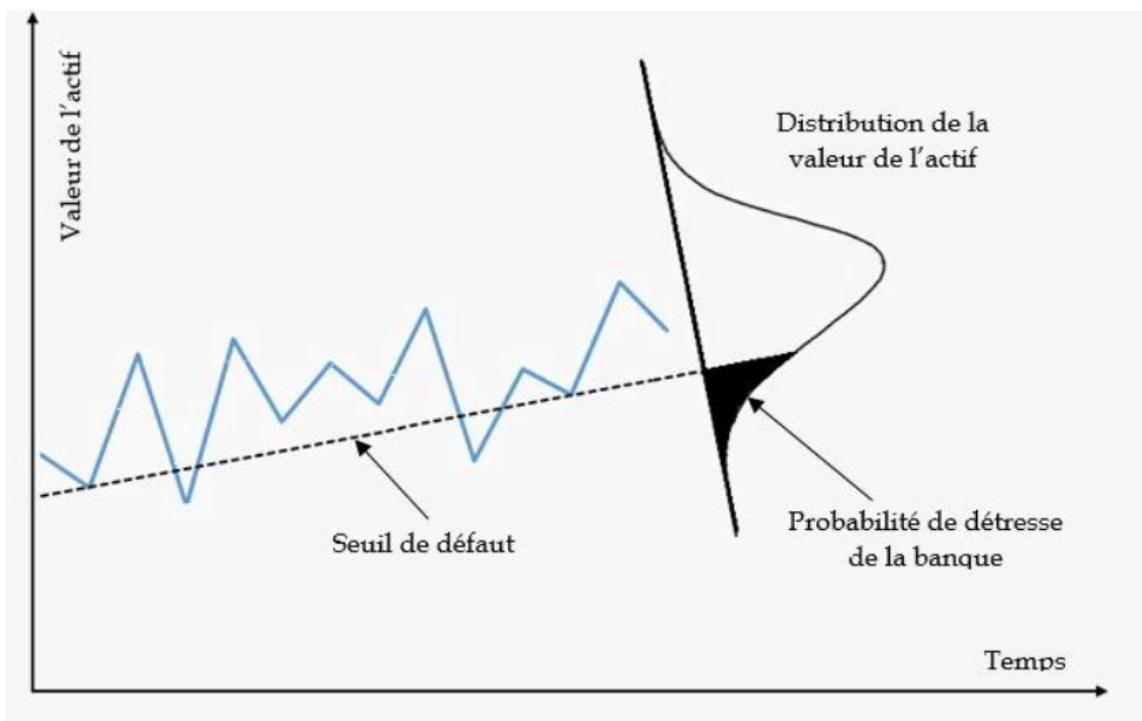
Au regard de ce qui précède, il semble pertinent de proposer une mesure de stabilité financière qui pourrait servir de système d'alerte sur le niveau global du risque encouru par le secteur bancaire de l'UEMOA.

III - REVUE DE LA LITTÉRATURE SUR LA PERTINENCE DES MESURES DE STABILITE FINANCIERE

L'approche structurelle est l'une des méthodes privilégiées pour mesurer le risque de défaillance des institutions financières. La méthodologie KMV¹⁷ de Moody's (Crosbie et Bohn, 2003) ainsi que celle des paramètres de crédit (Gupton, Finger et Bahtia, 1997) constituent des références dans ce domaine.

L'approche structurelle se fonde sur l'évolution, suivant un processus stochastique, de la valeur des actifs des entreprises bénéficiaires de crédit auprès d'une banque. Le défaut de remboursement survient lorsque la valeur de ces actifs se situe en-deçà d'un seuil critique déterminé en fonction de la structure d'endettement des entreprises. La distribution paramétrique de la valeur des actifs et le seuil de défaut étant définis, il est possible de calculer la probabilité de détresse (PoD) de la banque¹⁸ en indiquant la vraisemblance que ses clients n'honorent pas leur dette (graphique II.1). Ainsi, la mesure du risque systémique, incluant la dépendance entre les banques, est obtenue à l'aide des fonctions copules paramétriques qui permettent de « coupler » des lois marginales afin d'obtenir une loi multivariée.

Graphique II.1 : Illustration



L'approche théorique fondée sur les distributions paramétriques est sujette à plusieurs insuffisances qui peuvent être résumées comme suit :

- Variables financières et distributions gaussiennes

Au-delà de sa facilité de mise en œuvre, la particularité de la corrélation linéaire provient du fait qu'elle constitue une mesure naturelle de dépendance dans un environnement normal

¹⁷Kealhofer, McQuown et Vasicek

¹⁸PoD est une abréviation généralement utilisée pour désigner la probabilité de détresse (*Probability of Distress*) qui mesure le degré de vulnérabilité d'une institution financière. Elle peut également signifier la probabilité de défaut (*Probability of Default*) lorsqu'il s'agit de déterminer la solvabilité d'une entreprise.

multivarié. Toutefois, la recherche empirique montre que les distributions de cette nature des variables financières sont très rares. Ainsi, l'utilisation des distributions normales multivariées, et donc les corrélations linéaires, pourrait ne pas être appropriée pour déterminer la dépendance de détresse entre les banques (Embrechts, McNeil, and Straumann, 1999). De plus, les distributions des variables financières sont généralement caractérisées par une queue épaisse, rendant non applicable la corrélation linéaire.

- Dépendance des événements extrêmes

La corrélation linéaire est également une mesure qui privilégie les centres de distribution alors que les paniques financières et bancaires proviennent des événements extrêmes définis par la « zone de détresse » de la distribution de probabilité, comme illustré dans le graphique III.1 (De Vries, 2005).

- Variations conjoncturelles

Une fois les distributions théoriques paramétrées, la corrélation linéaire devient fixe dans le temps et n'évolue pas en fonction des variations cycliques de l'économie.

- Dépendance linéaire et non linéaire

Une autre difficulté est que le coefficient de corrélation peut être nul alors que les variables peuvent être très corrélées. En effet, la corrélation zéro n'implique pas l'indépendance. Par exemple, malgré la forte corrélation entre les processus aléatoires $X \sim N(0,1)$ et $Y = X^2$ et, la covariance est nulle puisque le moment d'ordre 3 d'une distribution normale centrée réduite est égal à zéro.

Compte tenu de ces limites, différentes distributions paramétriques ont été proposées pour améliorer la modélisation du comportement stochastique de la valeur des actifs en utilisant les distributions de Student ou des mélanges gaussiens (Danielsson et De Vries, 1997 ; Hoskin et al. 2000 et Glasserman et al. 2000). Ces approches sont justifiées par le fait que les variables financières sont caractérisées par des queues plus épaisses que celles prédites par les distributions gaussiennes.

Les plus récents modèles intègrent également la dimension temporelle des paramètres, donnant ainsi plus de liberté à la densité conjointe d'évoluer dans le temps. Par exemple, Oh et Patton (2013) et Christoffersen et al. (2013) ont étudié le risque de dépendance à grande échelle dans le secteur non financier des Etats-Unis en s'inspirant de la densité de Student dynamique asymétrique de Hansen (1994). Dans le même sillage, Lucas et al. (2014) ont utilisé une copule de Student hyperbolique généralisée dynamique qui tient compte de l'évolution dans le temps de la probabilité conjointe de défaut, ainsi que de ses propriétés linéaire et non linéaire.

Malgré les améliorations ci-dessus évoquées sur la spécification des distributions théoriques, elles restent tributaires de la disponibilité d'informations relatives à l'évolution de la valeur des actifs des emprunteurs. Cependant, ces données sont quasi inexistantes, notamment dans les pays africains où les PME et les entreprises non cotées en bourse constituent l'essentiel du tissu économique. Dans la majorité des cas, seules les fréquences de défaut (PoD) peuvent être collectées à travers les statistiques bancaires. Néanmoins, elles ne représentent qu'une information partielle de la distribution marginale de chaque banque dans le système. Par conséquent, la spécification de la densité multivariée basée uniquement sur cette information

incomplète entraîne un problème de sous identification (Segoviano, 2006). Cette difficulté est généralement surmontée par le recours à des hypothèses paramétriques sur les fonctions de densité et les copules, ce qui influence fortement les résultats du modèle.

Dans les pays en développement notamment en Afrique subsaharienne, le recours aux modèles probabilistes paramétriques reste très limité voire inexistant en raison de l'indisponibilité des informations statistiques requises. Il ressort également des recherches bibliographiques que l'approche non paramétrique ne fait pas encore l'objet d'une appropriation dans ces pays. D'une manière générale, des méthodes ad hoc y sont employées pour apprécier le niveau de la stabilité financière. Celles-ci reposent essentiellement sur l'élaboration d'indices synthétiques à partir de variables financières tirées des bilans des établissements de crédit telles que les fonds propres, les crédits ou les dépôts de la clientèle.

A cet égard, Kibritcioglu (2002) a proposé un indice de fragilité financière basé sur un échantillon de vingt-deux (22) pays en développement dont deux (2) pays africains : le Kenya et le Sénégal. Son indice est constitué de trois indicateurs de crise qui sont les dépôts bancaires, les créances au secteur privé et les engagements extérieurs des banques. Doucouré et Sène (2014) ont identifié des variables jugées pertinentes dans le contexte de l'UEMOA pour confectionner un indice de stabilité financière et évaluer ses déterminants. Les indicateurs sélectionnés sont l'adéquation du capital représentée par le ratio des fonds propres sur le total des actifs, la rentabilité des actifs et la liquidité du secteur bancaire.

Il convient de rappeler que ces techniques ne reposent pas sur une démarche scientifique précise mais s'appuient essentiellement sur les connaissances acquises par le modélisateur dans le domaine de l'évaluation des risques systémiques. En particulier, elles n'offrent pas de garanties quant à la prise en compte des relations d'interdépendance systémique et des fluctuations cycliques. En effet, prenant l'exemple des fonds propres, ils pourraient évoluer dans le sens contraire des cycles conjoncturels du fait des provisions constituées pour faire face aux défauts de remboursement en cas de difficultés conjoncturelles.

IV - METHODOLOGIE

L'intérêt de la méthodologie CIMDO réside dans le fait qu'elle permet d'identifier la distribution multivariée pour la mesure du risque systémique sans avoir recours à des hypothèses paramétriques cohérentes avec l'évolution de la valeur des bénéficiaires de crédit. En effet, partant de l'approche d'entropie croisée, la méthode CIMDO inverse le processus de modélisation basée sur l'information incomplète. Autrement dit, plutôt que de supposer une distribution paramétrique multivariée décrivant les données incomplètes, l'approche d'entropie utilise ces informations pour générer de manière empirique les valeurs de la densité multivariée.

La technique utilisée permet ainsi de réduire le risque de mauvaise spécification dans le sens qu'elle détermine une densité compatible avec les observations. En outre, ce procédé ne requiert pas autant d'informations que l'approche structurelle, ce qui donne à la méthode CIMDO l'avantage de la flexibilité. Sa mise en œuvre est particulièrement adaptée aux pays en développement qui font face à des contraintes majeures liées à la disponibilité des données financières. Par ailleurs, la distribution générée par le modèle CIMDO apparaît plus robuste que celles fondées sur l'approche paramétrique, sur la base du critère de la Transformation Intégrale de Probabilité (voir Diebold et al., 1999 ; Segoviano et Goodhart, 2009).

Au regard de ce qui précède, l'approche CIMDO est devenue l'une des méthodes privilégiées pour la mesure des risques systémiques. Elle a ainsi inspiré plusieurs travaux récents portant

sur la stabilité de l'activité bancaire et financière en Europe et aux Etats-Unis (Jin et Nadal De Simone, 2014 ; Xu et al., 2015).

IV.1. Description générale du modèle

La méthode consiste à générer une distribution multivariée non paramétrique intégrant une copule qui rend compte de la dépendance systémique entre les banques ainsi que son évolution suivant les cycles conjoncturels. Pour ce faire, il convient dans un premier temps de sélectionner convenablement les établissements de crédit qui constituent le système bancaire de l'UMOA. Ensuite, le procédé ci-après est mis en œuvre :

Etape 1 : déterminer, pour chaque banque du système, une mesure empirique de la probabilité de détresse (PoD_t). Celle-ci peut être approchée par la part des clients (entreprises ou particuliers) en situation de défaut de paiement ou simplement par le taux brut de dégradation du portefeuille :

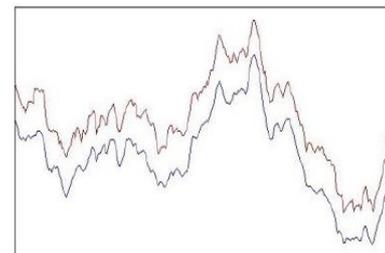
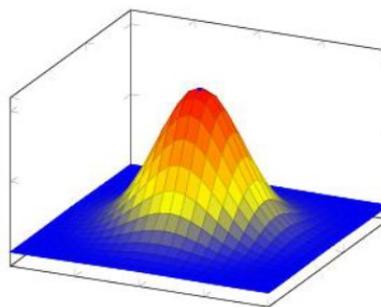
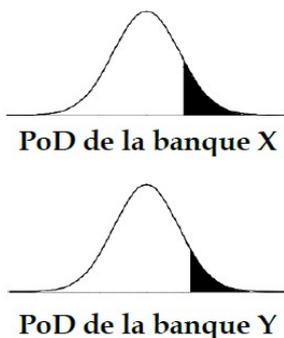
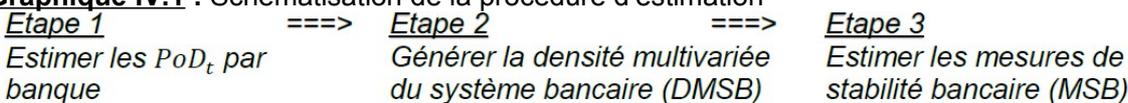
$$PoD_t = \frac{N_{def_t}}{N_t} \quad (1) \quad \text{ou} \quad PoD_t = \frac{L_{def_t}}{L_t} \quad (2)$$

Où, N_{def_t} représente le nombre de clients en défaut de remboursement, N_t le nombre total de clients, L_{def_t} le montant des créances en souffrance et L_t le montant des crédits distribués.

Etape 2 : résoudre pour chaque période le modèle CIMDO sur la base des données relatives aux probabilités de détresse (PoD_t) et générer la *densité multivariée du système bancaire* (DMSB).

Etape 3 : à partir de la DMSB, déterminer les différentes *mesures de la stabilité bancaire* (MSB).

Graphique IV.1 : Schématisation de la procédure d'estimation



La densité multivariée du système bancaire (DMSB) représente la distribution conjointe des mouvements d'actifs contenus dans le portefeuille des banques. Elle intègre une copule (notée la copule de CIMDO) qui caractérise la structure de dépendance de détresse entre les banques. En outre, comme l'analyse le montrera, la copule de CIMDO rend compte des relations linéaire et non linéaire tout en permettant qu'elles évoluent selon les cycles économiques reflétant le fait que la dépendance de détresse s'accroît durant les périodes de mauvaise conjoncture.

IV.2. Structure du modèle

La méthodologie CIMDO est fondée sur l'approche du minimum de l'entropie croisée (MXED) détaillée en annexe 1. Suivant cette procédure, la distribution multivariée *a posteriori* p – en l'occurrence la densité de CIMDO – est générée par une technique d'optimisation basée sur :

- une information a priori q découlant de l'intuition du modélisateur ;
- un ensemble d'observations empiriques matérialisées par les probabilités de détresse (PoD) individuelles des banques.

La densité multivariée du système bancaire (DMSB) ainsi obtenue constitue la distribution *a posteriori* qui est la plus proche de la distribution *a priori* tout en étant cohérent avec les observations sur les PoD.

IV.2.1. La fonction objective

Formellement, il s'agit de définir pour chaque banque b du système ($b = 1, 2, \dots, B$), une variable aléatoire z^b reflétant la valeur synthétique des actifs de ses clients. Notons qu'aucune observation sur z^b n'est disponible. La fonction objective est donnée par :

$$V(p, q) = \int_{z^1} \int_{z^2} \dots \int_{z^B} p(z^1, z^2, \dots, z^B) \ln \left[\frac{p(z^1, z^2, \dots, z^B)}{q(z^1, z^2, \dots, z^B)} \right] dz^1 dz^2 \dots dz^B \quad (3)$$

Où $q(\cdot)$ et $p(\cdot)$ représentent respectivement les distributions multivariées *a priori* et *a posteriori*. Dans le cadre de ce travail, nous supposons que $q(\cdot)$ est une fonction de densité normale multivariée.

Pour simplifier l'analyse, le problème peut se limiter à un cas bivarié, étant entendu tous les résultats présentés sont applicables dans un espace \mathbb{R}^B avec $B \geq 2$. Dans ce cas, la fonction objective devient :

$$V(p, q) = \int_x \int_y p(x, y) \ln \left[\frac{p(x, y)}{q(x, y)} \right] dx dy \quad (4)$$

A l'instar de l'approche structurelle, la méthode CIMDO suppose que la crise survient lorsque la valeur des actifs des emprunteurs se situe en dessous d'un seuil de défaut. L'utilisation de la fonction paramétrique *a priori* $q(x, y)$ permet de déterminer le niveau du seuil de défaut par banque. En outre, puisqu'elle constitue le point de départ du processus d'optimisation, elle facilite la recherche de solution menant vers la détermination de la fonction de densité *a posteriori*. Toutefois, comme le précise Segoviano (2006), les hypothèses sur la fonction paramétrique *a priori* $q(x, y)$ ne sont pas nécessairement cohérentes avec l'observation mais plutôt fondées sur l'intuition économique du modélisateur ainsi que sur la littérature existante. De ce fait, l'information fournie par les mesures empiriques sur les PoD de chaque banque constitue une importance capitale pour la détermination de la distribution *a posteriori*.

IV.2.2. Les contraintes de moment

Afin d'intégrer les informations sur les PoD (équation 2) dans le processus de détermination de la densité *a posteriori* (DMSB), un certain nombre de contraintes liées à l'optimisation de la fonction objective doivent être satisfaites. Intuitivement, l'objectif visé est d'ajuster la forme de la densité multivariée *a posteriori* $p(x,y)$ de sorte qu'elle soit cohérente avec les données observées. Les contraintes imposées font appel aux densités marginales afin que, pour chaque banque, la région de détresse (illustrée par l'étape 1 du graphique IV.1) corresponde à l'observation sur les PoD. Etant donné que les régions de détresse se situent dans la partie supérieure de la distribution, les contraintes sont exprimées à travers les fonctions marginales comme suit :

$$\int_{X_d}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p(x,y) dx dy = PoD_t^x$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{Y_d}^{+\infty} p(x,y) dx dy = PoD_t^y$$
(5)

Où PoD_t^x et PoD_t^y sont les observations empiriques des probabilités de détresse par banque. Les seuils de défaut X_d et Y_d sont les valeurs à partir desquelles les banques sont en situation de crise. Les contraintes peuvent être également exprimées comme suit :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p(x,y) \chi_{[X_d, \infty)} dx dy = PoD_t^x$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p(x,y) \chi_{[Y_d, \infty)} dx dy = PoD_t^y$$
(6)

Avec :

$$\chi_{[X_d, \infty)} = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq X_d \\ 0 & \text{si } x < X_d \end{cases} \quad \text{et} \quad \chi_{[Y_d, \infty)} = \begin{cases} 1 & \text{si } y \geq Y_d \\ 0 & \text{si } y < Y_d \end{cases} \quad (7)$$

Les fonctions indicatrices $\chi_{[X_d, \infty)}$ et $\chi_{[Y_d, \infty)}$ sont égales à l'unité lorsque les variables x et y se trouvent dans la zone de stress.

IV.2.3. Détermination des seuils de défaut

Contrairement aux probabilités de détresse (PoD) qui évoluent d'une période à l'autre, les seuils de défaut sont fixes et sont estimés à l'aide des PoD moyennes par banque, notées \overline{PoD}^x

et \overline{PoD}^y ainsi que des fonctions de densité marginale a priori, notées $q_x(x)$ et $q_y(y)$. Puisque $q(x, y)$ est une densité multivariée normale, les densités marginales sont également normales. L'évolution du résultat d'exercice par banque permet d'estimer les moyennes et les écarts-types des distributions marginales. Ainsi, pour chaque établissement, le seuil de défaut est donné par :

$$X_d = q_x^{-1}(\bar{\alpha}^x) \quad \text{et} \quad Y_d = q_y^{-1}(\bar{\alpha}^y) \quad (8)$$

Où $\bar{\alpha}^x = 1 - \overline{PoD}^x$ et $\bar{\alpha}^y = 1 - \overline{PoD}^y$ puisque la région de détresse se situe dans la partie supérieure de la distribution. Par conséquent, sans avoir recours à l'évolution de la valeur des actifs des débiteurs, les probabilités de détresse observées suffisent pour obtenir les seuils de défaut par banque.

IV.2.4. Résolution du problème d'optimisation

La méthodologie d'optimisation de la densité multivariée compatible avec l'information disponible (CIMDO) permet de générer la densité multivariée *a posteriori* $q(x, y) \in \mathbb{R}^2$ en minimisant la fonction objective définie par l'équation (4) sous la contrainte des équations (5 ou 6) et de la restriction d'additivité : $\iint p(x, y) dx dy = 1$. Le lagrangien est alors donnée par :

$$\begin{aligned} L(p, q) = & \iint p(x, y) \ln \left[\frac{p(x, y)}{q(x, y)} \right] dx dy \\ & + \lambda_1 \left[\iint p(x, y) \chi_{[X_d, \infty)} dx dy - PoD_t^x \right] \\ & + \lambda_2 \left[\iint p(x, y) \chi_{[Y_d, \infty)} dx dy - PoD_t^y \right] \\ & + \mu \left[\iint p(x, y) dx dy - 1 \right] \end{aligned} \quad (9)$$

Où $p(x, y)$ représente la densité multivariée *a posteriori* à estimer et $q(x, y)$ la densité *a priori*. Les paramètres λ_1 et λ_2 désignent les multiplicateurs de Lagrange relatifs aux contraintes de moment et μ celui de la contrainte d'additivité. Il est important de remarquer que ce problème d'optimisation est réalisé sur toutes les périodes dès lors que les PoD changent au cours du temps. Cela entraîne une évolution dans le temps des multiplicateurs de Lagrange ainsi que de la densité $p(x, y)$.

La forme fonctionnelle peut être reformulée comme suit :

$$\begin{aligned} L(p, q) = & \iint p(x, y) [\ln p(x, y) - \ln q(x, y)] dx dy \\ & + \iint p(x, y) [\lambda_1 \chi_{[X_d, \infty)} + \lambda_2 \chi_{[Y_d, \infty)} + \mu] dx dy \\ & - \lambda_1 PoD_t^x - \lambda_2 PoD_t^y - \mu \end{aligned} \quad (10)$$

En utilisant la méthode des calculs de variations, la procédure d'optimisation peut être effectuée en résolvant l'équation suivante :

$$\delta L = \frac{\delta L[p(x, y) + \varepsilon \kappa(x, y), q(x, y)]}{d\varepsilon} \Big|_{\varepsilon=0} = 0 \quad (11)$$

Où ε désigne une quantité très petite, $\kappa(x, y)$ une fonction arbitraire continue dont la valeur est nulle aux points extrêmes et ayant une variance finie.

La solution optimale pour la détermination de la densité multivariée *a posteriori* (DMSB) est :

$$\hat{p}(x, y) = q(x, y) \exp\left[-(1 + \hat{\mu} + \hat{\lambda}_1 \chi_{[X_d, \infty)} + \hat{\lambda}_2 \chi_{[Y_d, \infty)})\right] \quad (12)$$

De façon intuitive, les contraintes imposées à la fonction objective permettent à la distribution *a posteriori* (DMSB) de renfermer des densités marginales conformes aux PoD observées pour chaque banque du système. Les résultats obtenus par la méthode CIMDO traduisent mieux la réalité que ceux découlant des approches théoriques qui utilisent des paramètres fixes pour générer une forme de la distribution *a posteriori*. L'approche CIMDO se base sur l'information disponible à partir des équations de contraintes pour ajuster la forme de densité suivant la procédure d'optimisation décrite plus haut. Une démonstration de la robustesse de cette méthode, appuyée par des simulations de Monte Carlo, est présentée par Segoviano et Goodhart (2009).

IV.3. Analyse de la structure de dépendance

La DMSB renferme en son sein une structure de dépendance de détresse linéaire et non linéaire entre les banques. Une telle dépendance est décrite par la fonction copule de la densité *a posteriori* (la copule de CIMDO) qui évolue au cours du temps en relation avec les probabilités de détresse (PoD).

IV.3.1. L'approche par les copules

L'approche par les copules est fondée sur le fait que toute densité multivariée peut être décomposée en deux catégories d'information :

- l'information fournie par chaque variable aléatoire, à savoir sa distribution marginale ;
- l'information relative à la structure de dépendance entre les variables aléatoires.

Pour déterminer la structure de dépendance, l'approche par les copules procède à la stérilisation de l'information marginale résultant de chaque variable aléatoire de sorte à isoler la structure de dépendance. La stérilisation consiste à transformer les densités marginales en des distributions uniformes $U(0,1)$ dont la teneur en information (entropie) est nulle.

Par exemple, posons x et y deux variables aléatoires dont les fonctions de répartition marginales respectives sont $F(x)$ et $H(y)$. La fonction de répartition conjointe est notée $G(x, y)$. Pour transposer x et y de façon à obtenir des variables aléatoires uniformes, il convient de définir deux nouvelles variables $u = F(x)$ et $v = H(y)$ lesquelles sont distribuées selon la loi uniforme, comme en atteste la démonstration proposée en annexe

2. Il s'ensuit que, par définition, la densité conjointe $c(u, v)$ est une fonction copule dès lors que ses distributions marginales sont uniformes.

En se référant à la répartition de la transformation de variables aléatoires (Cassella et Berger, 1990), la fonction copule est spécifiée comme suit :

$$c(u, v) = \frac{g[F^{-1}(u), H^{-1}(u)]}{f[F^{-1}(u)]h[H^{-1}(u)]} \quad (13)$$

Où g est la densité conjointe f et h les densités marginales. Il est clair que si chaque distribution marginale devient uniforme, alors l'information qu'elle contient est stérilisée. Par conséquent, la densité conjointe ne renferme que la structure de dépendance. La reformulation de la relation (13) en fonction de x et y est la suivante :

$$c(F(x), F(y)) = \frac{g[x, y]}{f[x]h[y]} \quad (14)$$

L'équation (14) permet de constater que la copule $c(\cdot)$ est le rapport entre la densité conjointe $g(\cdot)$ et le produit des densités marginales $f(\cdot)$ et $h(\cdot)$. Elle est constante et égale à l'unité lorsque les variables x et y sont indépendantes.

IV.3.2. La copule de CIMDO

La fonction copule dérivée de la densité multivariée du système bancaire (DMSB) $\hat{p}(x, y)$ est obtenue à l'aide de la relation (13). L'annexe 3 montre que cette copule est représentée par :

$$c(u, v) = \frac{q[F^{-1}(u), H^{-1}(v)] \exp[-(1 + \hat{\mu})]}{\int_{-\infty}^{+\infty} q[F^{-1}(u), y] \exp[-\hat{\lambda}_2 \chi_{[y_d, \infty)}] dy * \int_{-\infty}^{+\infty} q[x, H^{-1}(v)] \exp[-\hat{\lambda}_1 \chi_{[x_d, \infty)}] dx} \quad (15)$$

Où $u = F(x) \Leftrightarrow x = F^{-1}(u)$ et $v = H(y) \Leftrightarrow y = H^{-1}(v)$

L'équation (15) montre que la copule de CIMDO est une fonction non linéaire des multiplicateurs de Lagrange λ_1 , λ_2 et μ . Comme tout problème d'optimisation, le multiplicateur de Lagrange reflète la variation de la valeur de la fonction objective résultant d'une variation de la valeur des contraintes. Ainsi, les probabilités de détresse (PoD) évoluant d'une période à l'autre entraînent un changement de la valeur de chaque contrainte et par ricochet une modification des multiplicateurs de Lagrange. Par conséquent, la structure de dépendance de détresse entre les banques, représentée par la copule, évolue dans le temps en fonction de la conjoncture ou des cycles économiques.

Il est également important de remarquer que la copule de CIMDO est directement extraite de la densité *a posteriori* contrairement à la plupart des modèles basés sur l'approche théorique où une fonction copule paramétrique est arbitrairement spécifiée même si elle ne reflète pas les observations empiriques.

IV.4. Mesures de stabilité bancaire (MSB)

La DMSB formulée par l'équation (12) permet de déterminer la probabilité de détresse de chaque établissement du système bancaire ainsi que leur degré de dépendance qui évolue dans le temps en fonction des cycles économiques. A cet égard, elle constitue un outil pertinent pouvant aider les institutions de supervision financière à évaluer le risque et les effets de contagion inhérents au système bancaire. Dans le cadre de cette étude, les mesures de stabilité bancaire définies à partir de l'équation (12) sont de deux ordres :

- la dépendance de détresse commune à tous les établissements du système ;
- la dépendance de détresse spécifique à une paire de banques.

IV.4.1. La dépendance de détresse commune à toutes les banques

La dépendance commune constitue la mesure la plus appropriée pour analyser la stabilité du système bancaire. Elle est élaborée à l'aide de deux indicateurs : la *probabilité conjointe de défaut* (JPoD) et l'*indice de stabilité bancaire* (ISB).

- La **JPoD** représente la probabilité qu'une panique généralisée affecte le système bancaire. Autrement dit, elle mesure la vraisemblance que toutes les banques soient dans la zone de détresse ainsi que les interactions qui puissent exister entre elles visant à amplifier le phénomène en cas de crise. Pour un système bancaire composé de trois établissements, la JPoD est définie par la relation suivante :

$$JPoD_t = \int_{X_d}^{+\infty} \int_{Y_d}^{+\infty} \int_{Z_d}^{+\infty} p(x, y, z) dx dy dz \quad (16)$$

- L'ISB est basé sur la mesure de l'espérance conditionnelle de la probabilité de défaut développée par Huang (1992). Cet indice reflète le nombre espéré de banques en difficulté lorsqu'au moins l'une d'entre elles est en situation de détresse. Il est défini comme suit :

$$ISB_t = \frac{P(x \geq X_d) + P(y \geq Y_d) + P(z \geq Z_d)}{1 - P(x < X_d, y < Y_d, z < Z_d)} \quad (17)$$

IV.4.2. La dépendance de détresse spécifique

La dépendance spécifique fait référence à la probabilité conditionnelle de détresse entre les banques prises deux à deux. Les résultats sont inscrits dans une matrice de dépendance de détresse (MDD).

Bien que les probabilités conditionnelles n'impliquent pas nécessairement une relation causale, cet ensemble de paires de dépendances conditionnelles pourrait aider à comprendre les interactions ainsi que les effets de contagion entre les établissements du système bancaire. Reprenant l'exemple des trois banques, la MDD est définie comme suit :

Tableau IV.1 : Elaboration de la Matrice de Dépendance de Détresse (MDD)

	Banque X	Banque Y	Banque Z
Banque X	1	P(X/Y)	P(X/Z)
Banque Y	P(Y/X)	1	P(Y/Z)
Banque Z	P(Z/X)	P(Z/Y)	1

Par exemple, la probabilité que la banque X soit en détresse compte tenu de la situation de la banque Y est estimée par :

$$P(X \geq X_d / Y \geq Y_d) = \frac{P(X \geq X_d, Y \geq Y_d)}{P(Y \geq Y_d)} \quad (18)$$

V - APPLICATION AUX DONNEES DU SYSTEME BANCAIRE DE L'UEMOA

La mise en application du modèle nécessite avant tout la détermination des probabilités de détresse des banques (PoD). Celles-ci sont généralement estimées à l'aide de l'évolution des couvertures de défaillance communément appelées CDS (*Credit Default Swap*) qui permettent d'évaluer le niveau de risque auquel s'expose la banque en octroyant des crédits. Toutefois, ces instruments de couverture n'étant pas encore disponibles sur le marché financier de l'UEMOA, la présente étude s'emploie à l'exploitation des créances en souffrance enregistrées par les banques de l'UEMOA. En effet, le taux de dégradation du portefeuille (équation 2) peut être interprété comme le niveau moyen du risque de défaut anticipé lors de l'octroi d'un crédit à un client. Dès lors, il peut être assimilé à une probabilité de détresse dont les valeurs extrêmes, 0 et 1, représentent respectivement la stabilité parfaite et la crise profonde.

Les données servant au calcul des taux de dégradation de portefeuille proviennent de la BCEAO. Les observations sont mensuelles et s'inscrivent sur la période allant de janvier 2001 à février 2014. Pour respecter le caractère confidentiel de ces informations financières, les résultats communiqués dans la présente étude ainsi que l'interprétation qui en est faite excluent toute mention nominative. Il importe de rappeler que l'analyse s'intéresse à l'exposition globale du secteur bancaire au risque d'instabilité systémique et non aux comportements spécifiques des banques. Concernant la densité *a priori* q , elle est paramétrée suivant une distribution normale multivariée dont les moyennes et la matrice de variance-covariance sont obtenues à l'aide des séries temporelles retraçant l'évolution du résultat d'exercice de chaque établissement, disponibles dans le site de la BCEAO.

L'échantillon est composé de vingt-huit (28) banques de l'UEMOA en activité depuis 2001 et qui sont les plus importantes en termes de part de marché mesurée par la taille de leurs bilans. L'objectif est de choisir un échantillon représentatif du système bancaire, dont la taille du bilan constitue plus de 50% du total bilan des banques de l'Union. Il convient également de préciser qu'une fois formée, l'échantillon ne peut être modifié pour assurer la cohérence de l'évolution

des indices de stabilité bancaire fondés essentiellement sur l'interdépendance systémique et les fluctuations conjoncturelles. Ainsi, l'échantillon est sélectionné sur une population composée de soixante-six (66) banques en 2001. Par la suite, le paysage bancaire s'est élargi pour atteindre cent sept (107) banques en 2014. La part de marché de ces 28 établissements est passée de 65% en 2001 à 57% en 2014.

En outre, une stratification par pays a été opérée en fonction du poids économique de chaque pays membre (mesuré par le PIB) de sorte que l'échantillon puisse représenter le système bancaire dans sa dimension régionale. A cet égard, la répartition des banques est résumée au tableau V.1.

Tableau V.1 : Composition de l'échantillon

Pays	BEN	BFA	CIV	GNB	MLI	NER	SEN	TGO
Nombre de banques	3	4	6	1	4	3	5	2

Notes : les abréviations des pays sont conformes à la norme internationale des codes à trois lettres des pays ISO-3166. Leurs significations sont les suivantes : BEN = Bénin, BFA = Burkina Faso, CIV = Côte d'Ivoire, GNB = Guinée Bissau, MLI = Mali, NER = Niger, SEN = Sénégal et TGO = Togo.

Parmi les établissements sélectionnés, dix-huit (18) appartiennent à cinq (05) groupes bancaires, tandis que les dix (10) restants apparaissent comme des singletons¹⁹. Afin de ne pas divulguer l'identité des banques, il convient de procéder à une codification. Pour ce faire, le code à deux lettres du pays de résidence comportant un chiffre en indice est utilisé pour désigner une banque. En outre, l'exposant « ^G » suivi d'un numéro est ajouté à l'appellation de la banque pour indiquer qu'elle appartient à l'un des cinq groupes de l'échantillon. Par exemple, désigne la banque malienne numéro 2 appartenant au groupe 4.

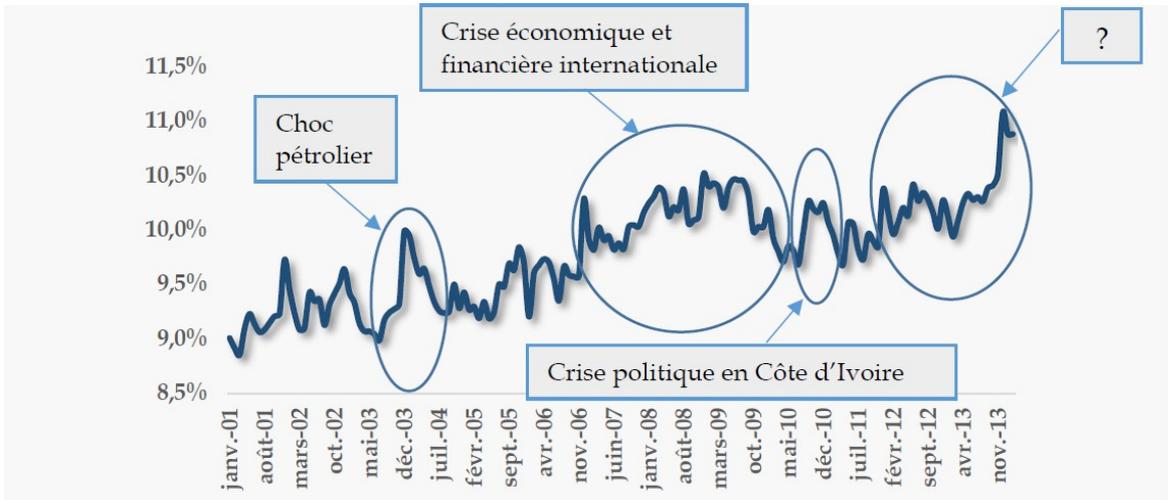
Les évolutions du risque systémique dans l'UEMOA, déterminées à partir de la probabilité conjointe de détresse (JPoD) et de l'indice de stabilité bancaire (ISB), sont représentées respectivement aux graphiques V.1 et V.2. Ceux-ci montrent que de manière tendancielle la stabilité bancaire s'est détériorée, notamment entre 2004 et 2014.

De manière spécifique, il apparaît sur les graphiques un certain nombre de variations pouvant être mises en relation avec la conjoncture intérieure et ou internationale.

Ainsi, la période qui marque le début d'une hausse substantielle et durable du prix du baril de pétrole a été ressentie comme un choc inflationniste non anticipé ayant eu pour effet de réduire la rentabilité des investissements des entreprises et par ricochet leur capacité de remboursement. Cette situation s'est reflétée sur la stabilité du système bancaire, comme le montre le graphique V.1 avec une importante variation observée entre la seconde moitié de l'année 2003 et le premier semestre de 2004. Le graphique V.2 laisse penser que ce choc a commencé un an plus tôt.

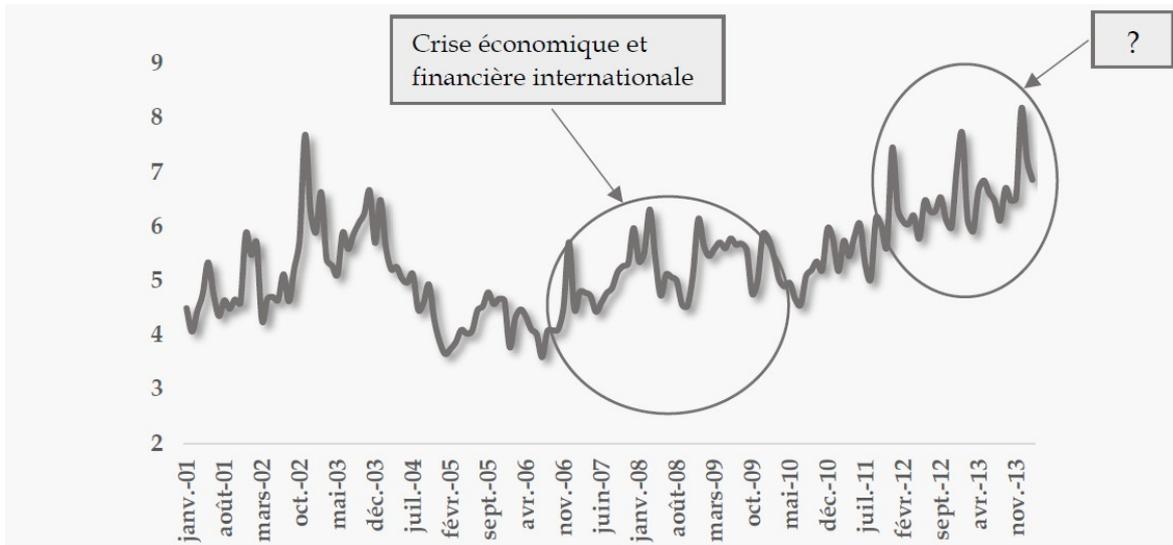
¹⁹ Il est important de préciser que le terme « singleton » ne signifie pas nécessairement que la banque n'appartient à aucun groupe. Il indique simplement que la banque n'a aucune relation de groupe avec les autres établissements dans l'échantillon.

Graphique V.1 : Probabilité conjointe de détresse du système bancaire (JPoD)



Source : auteur.

Graphique V.2 : Indice de stabilité bancaire (ISB)



Source : auteur.

Un relèvement structurel du risque systémique est également constaté à partir de la fin de l'année 2006 coïncidant avec le début de la crise financière et économique touchant principalement les Etats-Unis et l'Europe. Il convient de rappeler que la crise s'est d'abord manifestée par une panique des marchés financiers et des produits dérivés ayant entraîné une forte augmentation des prix des matières premières et alimentaires. Ensuite, la crise financière s'est transformée en une récession économique déflationniste. Chacune de ces deux étapes a négativement affecté la stabilité bancaire de l'Union. Dans un premier temps, la hausse marquée des prix des matières premières s'est répercutée sur les coûts de production des entreprises à travers le renchérissement de leurs consommations intermédiaires, notamment celles importées. Cette situation s'est traduite par une baisse des marges de production, aggravée par la faiblesse de la demande intérieure. En second lieu, la chute brutale des

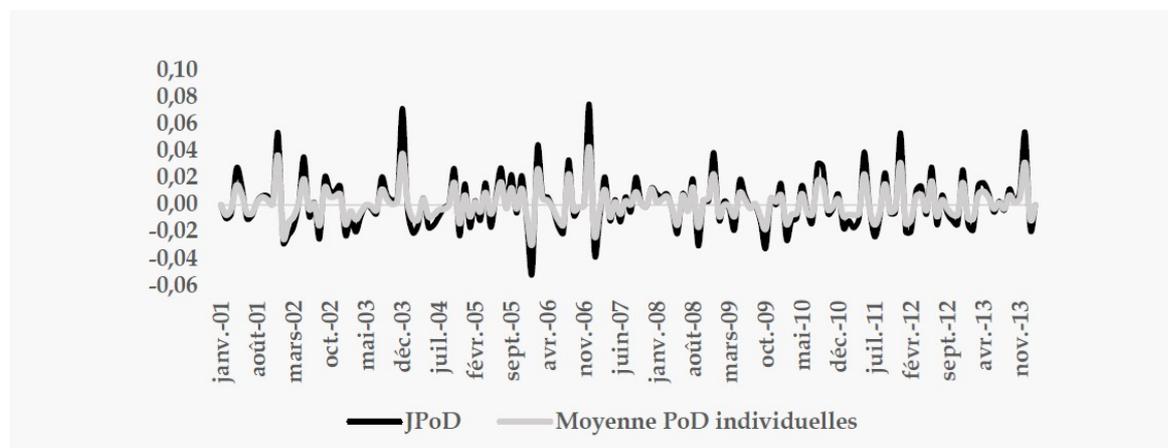
matières premières intervenue en 2009 s'est ressentie dans le secteur des entreprises exportatrices qui ont éprouvé des difficultés à honorer leurs engagements vis-à-vis du système bancaire.

Par ailleurs, le graphique V.1 fait ressortir l'impact négatif sur la stabilité bancaire de l'UEMOA entre 2010 et 2011 des crises politiques intervenues en Côte d'Ivoire, première économie de l'Union, et au Mali.

Sur la période plus récente (2012-2014), une recrudescence du risque systémique est constatée, avec des niveaux historiques atteints par les deux mesures de la stabilité bancaire représentées au graphique V.1 et V.2. A première vue, l'interprétation de ce relèvement de l'instabilité semble difficile à conjuguer avec l'existence d'un fait majeur ou un choc exogène externe important intervenu sur la période²⁰. Toutefois, des facteurs internes pourraient être évoqués pour expliquer cette tendance à la hausse du risque bancaire. En effet, comme rappelé dans l'analyse des faits stylisés, la concurrence accrue entre les banques a accentué la prise de risque dans le processus d'octroi de crédits. Pour rappel, le nombre d'établissements de crédit est passé de 119 à 127 unités entre 2012 et 2013 tandis qu'il est resté quasiment stable entre 2006 (116 unités) et 2012. Par contre, le taux de bancarisation, qui demeure structurellement faible, s'est inscrit en baisse, passant de 7,93% à 7,57% entre 2012 et 2013. Cet environnement concurrentiel associé à l'étroitesse de la taille du marché conduit à l'adoption de stratégies plus accommodantes à l'endroit d'un segment restreint de la clientèle. A cet égard, les statistiques descriptives ont montré que la conquête de parts de marché se manifeste par le fait que le comportement d'arbitrage des banques est devenu plus sensible à la rentabilité des entreprises qu'à leur exposition à l'incertitude et aux chocs exogènes.

Globalement, la stabilité bancaire s'est dégradée au cours des dix dernières années même si les différentes mesures du risque systémique restent encore dans des proportions soutenables. A fin 2013, la probabilité conjointe de détresse (JPoD) s'est située à son niveau le plus élevé atteignant 11,1%. Dans le même temps, la mesure de l'indice de stabilité bancaire (ISB) montre que huit (08) banques pourraient être en difficulté lorsqu'une banque se trouve en situation de crise aiguë.

Graphique V.3 : Variations relatives : JPoD et la moyenne des PoD individuelles



Source : auteur.

²⁰ La crise de la dette souveraine touchant notamment la Grèce, l'Espagne ou l'Italie ainsi que les plans d'austérité subséquents pourraient être évoqués. Toutefois, leurs effets au plan international sont largement compensés par le retour de la croissance aux Etats-Unis et la bonne tenue de l'activité économique dans certains pays d'Europe comme l'Allemagne.

Par ailleurs, les résultats apportent la confirmation que les risques systémiques évoluent plus vite que les chocs idiosyncratiques. La JPoD de même que l'ISB tiennent compte non seulement des probabilités de détresse individuelles mais également des effets de dépendance non linéaire entre les banques. Ainsi, ces mesures présentent des évolutions d'une plus grande amplitude comparativement à celles résultant des PoD individuelles. Le graphique V.3 indique que les variations relatives de la JPoD sont plus importantes que celles déterminées à partir de la moyenne des probabilités individuelles des banques. Ce fait empirique constitue une preuve qu'en temps de crise la dépendance de détresse amplifie la propagation du risque systémique.

Enfin, concernant la dépendance spécifique par paire de banques (cf. tableau IV.1), les matrices de dépendance de détresse (MDD) présentées en annexe 4 indiquent, pour une cellule donnée, la probabilité de détresse de la banque en ligne lorsque la banque en colonne est en crise. Conformément à la chronologie des données, la MDD peut être évaluée mensuellement. Cependant, pour les besoins de l'étude, la MDD est représentée à deux moments précis correspondant respectivement à des niveaux de risque systémique faible (janvier 2005) et élevé (décembre 2013). Ainsi, il est possible de montrer comment les probabilités conditionnelles ont évolué dans cet intervalle de temps marqué par des variations importantes du risque systémique. L'examen de ces deux tableaux appelle les observations suivantes :

- les niveaux de dépendance conditionnelle entre les banques de l'UEMOA ont sensiblement augmenté entre 2005 et 2013. En moyenne, lorsqu'une banque est en crise, la probabilité de détresse d'une autre banque passe de 19% en janvier 2005 à 31% à décembre 2013 ;
- la dépendance conditionnelle apparaît insensible à l'appartenance à un groupe bancaire. En moyenne, la dépendance spécifique entre deux établissements d'un même groupe ne semble pas plus importante que celle observée pour deux singletons ;
- la dépendance conditionnelle intra-pays est plus marquée que la tendance générale. La probabilité de contagion entre deux banques d'un même pays est de 27% en 2005 et de 44% en 2013. Les banques maliennes, sénégalaises et togolaises affichent les niveaux les plus élevés respectivement de l'ordre de 60%, 47% et 47% en décembre 2013.

VI - CONCLUSION

Les crises financières constituent une source de préoccupation majeure dès lors qu'elles perturbent le fonctionnement du système financier dans son ensemble et affectent significativement la croissance économique et le bien-être social. Leur prévention nécessite la mise en place de modèles mathématiques capables de détecter, de mesurer et de suivre l'évolution du risque systémique auquel est exposé un secteur financier. La méthode d'optimisation de la densité multivariée compatible avec l'information disponible (CIMDO), présentée dans le cadre de cette étude, répond à cette aspiration et s'adapte particulièrement au contexte économique et financier des pays de l'UEMOA.

En effet, la pertinence de cette approche ainsi que la robustesse des résultats qui en découlent peuvent être appréciées à l'aune de la capacité du modèle à rendre compte des faits marquants qui ont ébranlé la situation financière sous régionale. A cet égard, la mise en application de la méthode CIMDO a fait ressortir les répercussions sur la stabilité bancaire des principaux événements survenus au cours des années 2000, notamment le choc pétrolier, la crise financière et économique internationale ainsi que les remous politiques en Côte d'Ivoire et au Mali.

Il ressort du modèle que la stabilité du système bancaire de l'UEMOA a connu une dégradation tendancielle au cours de la décennie 2004-2014. Sur cette période, le risque d'apparition d'une crise généralisée mesuré par la probabilité conjointe de détresse (JPoD) a évolué de 9% à 11%. Parallèlement, les chiffres de l'indice de stabilité bancaire (ISB) révèlent que le nombre de banques pouvant être en situation de détresse lorsqu'une banque est en crise est passé de 6 à 8 unités. Par ailleurs, la détermination des matrices de dépendance de détresse (MDD) montre que la probabilité qu'une crise se propage d'une banque à une autre s'élève en moyenne à 31% en décembre 2013, contre 19% en janvier 2005. En outre, la dépendance intra-pays apparaît plus significative que celle entre établissements d'un même groupe bancaire.

Sur la période récente l'accentuation de la fragilité du système bancaire vient confirmer les inquiétudes déjà relevées dans les faits stylisés concernant le manque de visibilité des établissements de crédit sur les risques inhérents à l'activité de production des entreprises. Qui plus est, l'environnement de plus en plus concurrentiel du secteur bancaire associé à l'étroitesse de la taille du marché du crédit conduit les banques à privilégier, dans le processus d'octroi du crédit, la rentabilité des entreprises au détriment de leur exposition à l'incertitude et aux chocs exogènes.

Sous ces considérations, l'atténuation du risque systémique pour consolider la stabilité bancaire de l'Union requiert une plus grande transparence et une meilleure diffusion des informations susceptibles d'éclairer les décisions de crédits. Cela témoigne du rôle crucial que doivent jouer les Bureaux d'Information sur le Crédit (BIC)²¹ dans l'exploitation des données financières sur les usagers du système bancaire.

²¹ Il existe actuellement un Bureau d'Information sur le Crédit (BIC) dans l'Union, mais il n'est pas exclu que d'autres BIC s'y installent à l'avenir.

REFERENCES

- BCEAO (2006), « Revue de la stabilité financière dans l'UEMOA », No. 01, Avril 2006.
- BCEAO (2008), « Revue de la stabilité financière dans l'UEMOA », No. 02, Juin 2008.
- Cassella, G. et R. L. Berger (1990), « Statistical Inference », Pacific Grove CA : Wadsworth.
- Christoffersen, P., K. Jacobs, X. Jin, et H. Langlois (2013), « Dynamic Dependence in Corporate Credit », Mimeo.
- Crosbie, P. et J. Bohn (2003), « Modeling Default Risk », Moody's KMV Company, <https://business.illinois.edu/gpennacc/MoodysKMV.pdf>.
- Danielsson, J. et De Vries, C.G. (1997), « Tail Index and Quantile Estimation with Very High Frequency Data », JEF, volume 4, 241-257.
- De Vries, C. (2005), « The Simple Economics of Bank Fragility », Journal of Banking and Finance No. 29, pp 803-25.
- Diebold, F., T. Gunther, et A. Tay (1998), « Evaluating Density Forecasts with Applications to Financial Risk Management », IER, Vol. 39, pp. 863–83.
- Diebold, F., J. Hahn, et A. Tay (1999) « Multivariate Density Forecast Evaluation and Calibration in Financial Risk Management : High-Frequency Returns on Foreign Exchange », The Review of Economics and Statistics, Vol. 81(4), pp. 661–73.
- Doucouré, F. B. et B. Sène (2014), « Les déterminants macroéconomiques de l'indice de stress bancaire dans les pays de l'UEMOA », Revue Economique et Monétaire No 16, Décembre 2014.
- Embrechts, P., McNeil, A. et D. Straumann (1999), « Correlation and Dependence Properties in Risk Management : Properties and Pitfalls », Working Paper, RiskLab, ETH, Zurich.
- Glasserman, P., P. Heidelberger et P. Shahabuddin (2000), « Portfolio Value-at-Risk with Heavy-Tailed Risk Factors », working paper, Money, Economics and Finance, Columbia Business School, Columbia University.
- Good, I. (1963), « Maximum Entropy for Hypothesis Formulation, Especially for Multidimensional Contingency Tables », Annals of Mathematical Statistics No 34, pp. 911-34.
- Goodhart, C. et M. Segoviano (2009), « Banking Stability Measures », IMF Working Paper WP/09/04, International Monetary Fund.
- Gupton, M., C. Finger et M. Bhatia (1997), « CreditMetrics, Technical Document », Morgan Guaranty Trust Company, Risk Management Research.
- Hansen, B. E. (1994), « Autoregressive Conditional Density Estimation », International Economic Review, pp. 705-730.
- Hoskin, J.R.M., G. Bonti et D. Siegel (2000), « Beyond the Lognormal », Risk 13, No. 5 (May), 59-62.

Huang, X. (1992), « Statistics of Bivariate Extreme Values », Tinbergen Institute Research Series, Ph.D. Thesis, No 22, Erasmus University, Rotterdam, Netherlands.

Jaynes, E. (1957), « Information Theory and Statistical Mechanics », Physics Review No 106, pp. 620-30.

Jin, X. et F. Nadal De Simone (2014), « Banking Systemic Vulnerabilities : A Tail-risk Dynamic CIMDO Approach », Working Paper No. 82, Banque Centrale du Luxembourg.

Kibritçioğlu, A. (2002), « Excessive risk-taking, banking sector fragility, and banking crises », University of Illinois at Urbana-Champaign, Office of Research Working Paper, No 02-0114.

Kullback, J., (1959), « Information Theory and Statistics », John Wiley, New York.

Lucas, A. et E. Silde (2014), « Likelihood Based Dynamic Equicorrelation », Tinbergen Institute Discussion Paper.

Oh, D. H. et A. Patton (2013), « Time-varying Systemic Risk : Evidence from a Dynamic Copula Model of CDS Spreads », Working paper.

Rosenblatt, M. (1952), « Remarks on a Multivariate Transformation », Ann. Math. Statist. 23, No. 3, pp. 470-472.

Segoviano, M. (2006), « Consistent Information Multivariate Density Optimization Methodology », Financial Market Group Discussion Papers No. 557.

Shannon, C. (1948), « A Mathematical Theory of Communication », Bell System, Technical Journal No 27, pp. 379-423.

Xu, S., F. In, C. Forbes et I. Hwang (2015), « Systemic Risk in the European Sovereign and Banking System », Working Paper.

PRINCIPE DE BASE DU MODELE CIMDO : APPROCHE DE L'ENTROPIE CROISEE

L'entropie est une fonction mathématique qui, intuitivement, correspond à la quantité d'information contenue ou délivrée par une source d'information.

D'un point de vue mathématique, l'approche de l'entropie croisée permet de recouvrer une densité de probabilité $p(x)$, dans le cas où un problème de sous identification survient. Elle propose en effet un raisonnement pour le choix d'une solution parmi une infinité de possibilités. Ainsi plutôt que de choisir une fonction de densité paramétrique, cette procédure inverse le processus en utilisant l'information disponible pour générer une densité empirique. Cette approche se fonde sur la méthode axiomatique de Shannon (1948) qui définit une fonction unique pour mesurer l'incertitude liée à un ensemble d'événements.

Pour formaliser son approche, Shannon (1948) suppose une expérience consistant à effectuer N tirages avec remise avec K réalisations possibles pour chacun d'entre eux. En outre, $N_k (k=1, 2, \dots, K)$ la fréquence de réalisation pour chaque événement sur les N tirages : $\sum N_k = N$. La probabilité pour que l'événement k se réalise est :

$$p_k = \frac{N_k}{N} \quad (\text{A.1})$$

Par ailleurs, faisant abstraction de l'incertitude, on sait que sur les N tirages, K^N séries d'événements sont envisageables. Parmi celles-ci, le nombre de fois d'avoir une série composée des réalisations N_1, N_2, \dots, N_K est représenté par le coefficient multinomial ci-après :

$$W = \frac{N!}{N_{p_1}! N_{p_2}! \dots N_{p_K}!} = \frac{N!}{\prod_k N_k!} \quad (\text{A.2})$$

Ou par la forme monotone :

$$\ln W = \ln N! - \sum_{k=1}^K \ln N_k! \quad (\text{A.3})$$

En utilisant l'approximation de Stirling, soit $\ln x! \approx x \ln x - x$ lorsque $0 < x \rightarrow \infty$, l'équation A.3 pourrait être réécrite comme suit :

$$\ln W \approx N \ln N - N - \sum_{k=1}^K N_k \ln N_k + \sum_{k=1}^K N_k$$

Puisque $\sum_{k=1}^K N_k = N$, alors :

$$\ln W \approx N \ln N - \sum_{k=1}^K N_k \ln N_k \quad (\text{A.4})$$

En remplaçant N_k par $N_{\{p_k\}}$, on obtient :

$$\begin{aligned}
 \ln Wl &\approx N \ln N - \sum_{k=1}^K N p_k \ln(N p_k) \\
 &= N \ln N - \sum_{k=1}^K N_k \ln N - N \sum_{k=1}^K p_k \ln p_k \\
 &= -N \sum_{k=1}^K p_k \ln p_k
 \end{aligned}$$

Finalement, la mesure de l'entropie de Shannon est définie comme suit :

$$E(p_k) = N^{-1} \ln Wl = - \sum_k p_k \ln p_k \quad (\text{A.5})$$

L'équation (A.5) permet de mesurer l'entropie d'une variable aléatoire X affichant comme valeurs possibles x_k avec des probabilités p_k , $k=1,2,\dots,K$ telles que $\sum_k p_k=1$ et $p_k \cdot \ln p_k=0$ pour $p_k=0$.

Partant du concept de l'entropie, Jaynes (1957) propose de déterminer la distribution de probabilités inconnue sur la base de l'information partielle disponible. Pour ce faire, sous la contrainte des données disponibles, l'équation 6 est maximisée afin d'obtenir un vecteur de probabilités \mathbf{p} qui peut être réalisé sur l'ensemble des événements envisageables. Ce raisonnement obéit au principe du maximum d'entropie (MED), dont la fonction de Lagrange est :

$$L = - \sum_{k=1}^K p_k \ln p_k + \sum_{t=1}^T \lambda_t \left[y_t - \sum_{k=1}^K p_k f_t(x_k) \right] + \mu \left[1 - \sum_{k=1}^K p_k \right] \quad (\text{A.6})$$

Le problème d'optimisation ci-dessus intègre les données observées à travers les contraintes de moments sous la forme $\sum_{k=1}^K p_k f_t(x_k) = y_t$, où $f_t(x_k)$ représente l'information contenue dans les données, à l'instant t , qui peut prendre k états, dont le moment correspond à l'observation y_t .

La contrainte d'additivité $\sum_k p_k = 1$ doit être également vérifiée puisque \mathbf{p} est une distribution de probabilités. Par ailleurs, les paramètres λ_t , $1 \leq t \leq T$, et μ désignent les multiplicateurs de Lagrange relatifs aux contraintes de moment et à la restriction d'additivité respectivement.

La solution du maximum d'entropie est donnée par :

$$p_k = \frac{1}{\sum_{k=1}^K \exp \left[- \sum_{t=1}^T \hat{\lambda}_t f_t(x_k) \right]} \exp \left[- \sum_{t=1}^T \hat{\lambda}_t f_t(x_k) \right] \quad (\text{A.7})$$

Par la suite, Kullback (1959) et Good (1963) ont proposé une extension du raisonnement de Jaynes connue sous le principe du minimum d'entropie croisée (MXED). Sous cette approche, il est supposé qu'au-delà des T contraintes de moment, le modélisateur peut avoir une certaine connaissance sur les propriétés du système exprimées sous forme d'un vecteur de probabilités *a priori* noté \mathbf{q} . Ainsi, la fonction objective peut être reformulée afin d'aboutir à un problème de minimisation de la distance d'entropie croisée entre les probabilités *a posteriori* \mathbf{p} et celles *a priori* \mathbf{q} . Le problème de l'entropie croisée est défini comme suit :

$$\begin{aligned} \min C[p_k, q_k] &= \sum_{k=1}^K p_k \ln \left[\frac{p_k}{q_k} \right] \\ \text{s/c} & \\ \sum_{k=1}^K p_k f_t(x_k) &= y_t \\ \sum_{k=1}^K p_k &= 1 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Le vecteur \mathbf{p} est généré à travers la minimisation du Lagrangien suivant :

$$L = \sum_{k=1}^K p_k \ln \left[\frac{p_k}{q_k} \right] + \sum_{t=1}^T \lambda_t \left[y_t - \sum_{k=1}^K p_k f_t(x_k) \right] + \mu \left[1 - \sum_{k=1}^K p_k \right] \quad (\text{A.9})$$

La solution optimale du problème de l'entropie croisée est donnée par :

$$p_k = \frac{q_k}{\sum_{k=1}^K q_k \exp \left[- \sum_{t=1}^T \hat{\lambda}_t f_t(x_k) \right]} \exp \left[- \sum_{t=1}^T \hat{\lambda}_t f_t(x_k) \right] \quad (\text{A.10})$$

La mesure de l'entropie de Shannon $E(p_k)$, donnée par l'équation A.5, peut être interprétée comme un indicateur du degré d'incertitude sur une distribution de probabilité. En effet, selon cette approche, plus une distribution est plate (pointue), plus (moins) elle contient d'informations du fait de son niveau élevé d'incertitude (de son caractère prévisible). Ainsi, $E(p_k)$ est alors à son niveau maximum lorsque la distribution est plate dans son domaine de définition, c'est-à-dire $p_1 = p_2 = \dots = p_K = \frac{1}{K}$. *A contrario*, $E(p_k)$ atteint son niveau minimal 0 signifiant que la distribution est parfaitement prévisible lorsque l'une des probabilités p_k est égale à l'unité,

tandis que les autres sont nulles : $p_k=1$ et $p_j=0, \forall k \neq j$. Par conséquent, la maximisation de $E(p_k)$ qui ne tient pas compte de contraintes autres que la restriction d'additivité, admet comme solution une distribution équiprobable.

Toutefois, l'inclusion des contraintes de moment permet de choisir p_k en fonction de la quantité d'information véhiculée par x_k . Autrement dit, la fréquence de réalisation de l'événement x_k est d'autant plus élevée (faible) que son poids dans la contrainte est important (négligeable).

Concernant la dernière spécification, il convient de remarquer quelques propriétés de la fonction objective, notamment : $C[p_k, q_k]=0$, pour $p_k=q_k$ et $C[p_k, q_k]>0, \forall p_k \neq q_k$. La fonction objective est donc sujette à une minimisation plutôt qu'à une maximisation dès lors qu'elle ne contient pas de borne supérieure. Par ailleurs, lorsque \mathbf{q} est constant, l'équation (A.10) se résume à l'équation (A.7) dénotant l'inexistence d'informations *a priori*.

DISTRIBUTION UNIFORME DES FONCTIONS DE REPARTITION

Posons x une variable aléatoire dont la fonction de répartition F est strictement continue. En définissant une nouvelle variable aléatoire u telle que $u = F(x)$, $u \sim U(0,1)$ alors indépendamment de la forme originelle de F .

Preuve :

$\forall a \in [0,1]$, nous avons :

$\forall a \in [0,1]$, nous avons :

$$\begin{aligned}
 P(u \leq a) &= P[F(x) \leq a] \\
 &= P[F^{-1}[F(x)] \leq F^{-1}(a)] \\
 &= P[x \leq F^{-1}(a)] \\
 &= F[F^{-1}(a)] \\
 &= a
 \end{aligned}$$

Le fait que $P(u \leq a)$ sur l'intervalle $[0,1]$ prouve que u suit une distribution uniforme. De plus $a < 0, P(u < a) = 0$, pour et $a > 1, P(u > a) = 0$ pour.

SPECIFICATION DE LA COPULE DE CIMDO

Pour rappel, la formulation générale d'une copule est la suivante :

$$c(u, v) = \frac{g[F^{-1}(u), H^{-1}(v)]}{f[F^{-1}(u)]h[H^{-1}(v)]} \quad (\text{A.11})$$

En posant $q(x, y)$ la fonction de densité a priori, ses fonctions de répartition marginales sont alors de la forme :

$$u = F(x) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^{+\infty} q(x, y) dx dy \text{ et } v = H(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^y q(x, y) dx dy$$

Où $u = F(x) \Leftrightarrow x = F^{-1}(u)$ et $v = H(y) \Leftrightarrow y = H^{-1}(v)$

Les fonctions de densité marginale correspondantes sont les suivantes :

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} q(x, y) dy, \text{ et}$$

$$h(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} q(x, y) dx$$

En intégrant ces expressions dans la fonction (A.11), on obtient la copule de la densité a priori $q(x, y)$, soit :

$$c_q(u, v) = \frac{q[F^{-1}(u), H^{-1}(v)]}{\int_{-\infty}^{+\infty} q[F^{-1}(u), y] dy \times \int_{-\infty}^{+\infty} q[x, H^{-1}(v)] dx} \quad (\text{A.12})$$

De la même façon, en posant $p(x, y)$ la densité de CIMDO avec $q(x, y)$ comme sa distribution a priori, alors p s'écrit :

$$p(x, y) = q(x, y) \exp[-(1 + \mu + \lambda_1 \chi_{[x_d, \infty)} + \lambda_2 \chi_{[y_d, \infty)})]$$

Les densités marginales de sont de la forme :

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} q(x, y) \exp[-(1 + \mu + \lambda_1 \chi_{[x_d, \infty)} + \lambda_2 \chi_{[y_d, \infty)})] dy, \text{ et}$$

$$h(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} q(x, y) \exp[-(1 + \mu + \lambda_1 \chi_{[x_d, \infty)} + \lambda_2 \chi_{[y_d, \infty)})] dx$$

En intégrant ces expressions dans la fonction (A.11), on obtient la copule de la densité a priori, soit :

$$c_p(u, v) = \frac{q[F^{-1}(u), H^{-1}(v)] \exp[-(1 + \hat{\mu})]}{\int_{-\infty}^{+\infty} q[F^{-1}(u), y] \exp[-\hat{\lambda}_2 \chi_{[y_d, \infty)}] dy * \int_{-\infty}^{+\infty} q[x, H^{-1}(v)] \exp[-\hat{\lambda}_1 \chi_{[x_d, \infty)}] dx} \quad (\text{A.13})$$

MATRICES DE DEPENDANCE DE DETRESSE

Tableau A.1 : Matrice de dépendance de détresse (situation de janvier 2005)

	BN_1^{G1}	BN_2^{G2}	BN_3	BF_1^{G2}	BF_2	BF_3^{G1}	BF_4^{G3}	CI_1^{G3}	CI_2^{G2}	CI_3	CI_4	CI_5^{G5}	CI_6^{G4}	GB_1	ML_1	ML_2^{G2}	ML_3	ML_4^{G1}	NG_1^{G2}	NG_2^{G1}	NG_3	SN_1^{G5}	SN_2^{G3}	SN_3^{G2}	SN_4^{G4}	SN_5	TG_1^{G2}	TG_2
BN_1^{G1}	1,00	0,36	0,24	0,28	0,18	0,17	0,26	0,04	0,16	0,11	0,25	0,21	0,08	0,05	0,17	0,09	0,10	0,05	0,49	0,18	0,52	0,12	0,18	0,10	0,14	0,19	0,09	0,09
BN_2^{G2}	0,21	1,00	0,42	0,32	0,21	0,31	0,30	0,17	0,17	0,07	0,20	0,16	0,16	0,07	0,15	0,04	0,13	0,13	0,27	0,35	0,09	0,18	0,15	0,16	0,16	0,09	0,13	0,11
BN_3	0,31	0,27	1,00	0,16	0,19	0,27	0,27	0,05	0,11	0,23	0,14	0,20	0,22	0,07	0,22	0,18	0,13	0,17	0,32	0,31	0,27	0,16	0,21	0,20	0,12	0,15	0,14	0,14
BF_1^{G2}	0,18	0,16	0,17	1,00	0,15	0,22	0,30	0,04	0,14	0,12	0,16	0,16	0,13	0,09	0,11	0,06	0,12	0,15	0,40	0,22	0,19	0,14	0,08	0,12	0,06	0,09	0,07	0,07
BF_2	0,24	0,11	0,19	0,27	1,00	0,24	0,29	0,15	0,05	0,15	0,10	0,12	0,18	0,11	0,10	0,14	0,17	0,15	0,32	0,30	0,24	0,10	0,12	0,08	0,11	0,11	0,07	0,04
BF_3^{G1}	0,18	0,25	0,16	0,22	0,21	1,00	0,18	0,10	0,20	0,17	0,23	0,08	0,17	0,09	0,06	0,13	0,12	0,11	0,44	0,13	0,33	0,10	0,12	0,05	0,10	0,12	0,08	0,08
BF_4^{G3}	0,26	0,24	0,15	0,21	0,33	0,22	1,00	0,16	0,12	0,16	0,19	0,16	0,10	0,07	0,17	0,22	0,18	0,14	0,41	0,11	0,32	0,07	0,12	0,15	0,15	0,12	0,07	0,05
CI_1^{G3}	0,25	0,21	0,36	0,20	0,20	0,32	0,16	1,00	0,16	0,18	0,31	0,31	0,28	0,22	0,20	0,16	0,13	0,08	0,28	0,16	0,20	0,11	0,15	0,30	0,24	0,17	0,14	0,09
CI_2^{G2}	0,31	0,12	0,30	0,20	0,15	0,23	0,13	0,32	1,00	0,22	0,19	0,23	0,19	0,22	0,16	0,14	0,21	0,12	0,19	0,18	0,31	0,21	0,21	0,20	0,25	0,16	0,08	0,10
CI_3	0,19	0,27	0,22	0,22	0,33	0,22	0,28	0,20	0,14	1,00	0,27	0,21	0,36	0,19	0,21	0,17	0,13	0,12	0,29	0,16	0,30	0,18	0,16	0,13	0,15	0,16	0,16	0,08
CI_4	0,07	0,23	0,13	0,22	0,30	0,17	0,22	0,28	0,25	0,36	1,00	0,23	0,25	0,21	0,17	0,17	0,17	0,19	0,15	0,12	0,31	0,22	0,14	0,26	0,14	0,24	0,08	0,11
CI_5^{G5}	0,16	0,18	0,15	0,28	0,20	0,22	0,22	0,26	0,21	0,19	0,23	1,00	0,37	0,21	0,17	0,16	0,21	0,16	0,27	0,28	0,22	0,14	0,12	0,16	0,12	0,09	0,05	0,09
CI_6^{G4}	0,29	0,20	0,20	0,32	0,12	0,23	0,28	0,31	0,41	0,31	0,20	0,21	1,00	0,13	0,16	0,13	0,14	0,10	0,32	0,13	0,34	0,30	0,25	0,16	0,22	0,18	0,17	0,11
GB_1	0,03	0,04	0,05	0,05	0,04	0,05	0,05	0,09	0,11	0,09	0,05	0,07	0,09	1,00	0,03	0,02	0,03	0,03	0,05	0,05	0,05	0,08	0,06	0,10	0,14	0,09	0,05	0,04
ML_1	0,55	0,20	0,25	0,40	0,40	0,38	0,48	0,38	0,07	0,28	0,22	0,29	0,28	0,11	1,00	0,38	0,55	0,28	0,59	0,57	0,81	0,41	0,29	0,18	0,37	0,25	0,22	0,17
ML_2^{G2}	0,45	0,39	0,13	0,51	0,47	0,40	0,60	0,28	0,34	0,20	0,28	0,29	0,12	0,12	0,64	1,00	0,44	0,28	0,74	0,47	0,63	0,29	0,20	0,13	0,24	0,35	0,17	0,17
ML_3	0,60	0,32	0,24	0,45	0,40	0,70	0,56	0,28	0,17	0,27	0,14	0,35	0,21	0,15	0,22	0,24	1,00	0,43	0,59	0,48	0,64	0,30	0,28	0,34	0,39	0,30	0,14	0,27
ML_4^{G1}	0,17	0,30	0,46	0,29	0,48	0,14	0,46	0,38	0,27	0,29	0,35	0,31	0,35	0,13	0,15	0,48	0,41	1,00	0,50	0,41	0,47	0,37	0,01	0,35	0,20	0,22	0,02	0,23
NG_1^{G2}	0,13	0,09	0,15	0,20	0,17	0,25	0,12	0,03	0,10	0,05	0,09	0,14	0,09	0,04	0,05	0,07	0,07	0,09	1,00	0,10	0,11	0,09	0,05	0,08	0,04	0,08	0,05	0,04
NG_2^{G1}	0,08	0,11	0,16	0,16	0,09	0,17	0,12	0,08	0,12	0,10	0,11	0,10	0,06	0,05	0,05	0,07	0,09	0,10	0,20	1,00	0,16	0,05	0,04	0,09	0,09	0,07	0,04	0,02
NG_3	0,26	0,05	0,13	0,16	0,11	0,20	0,20	0,06	0,09	0,07	0,10	0,14	0,08	0,06	0,07	0,10	0,11	0,08	0,11	0,23	1,00	0,04	0,05	0,10	0,06	0,07	0,04	0,02
SN_1^{G5}	0,22	0,22	0,18	0,14	0,09	0,06	0,06	0,13	0,22	0,14	0,17	0,11	0,16	0,14	0,12	0,11	0,07	0,15	0,15	0,27	0,14	1,00	0,28	0,39	0,32	0,23	0,17	0,06
SN_2^{G3}	0,24	0,19	0,15	0,13	0,10	0,10	0,13	0,17	0,13	0,16	0,08	0,17	0,10	0,16	0,12	0,16	0,16	0,15	0,23	0,15	0,20	0,17	1,00	0,25	0,43	0,31	0,09	0,28
SN_3^{G2}	0,11	0,17	0,21	0,08	0,11	0,11	0,05	0,18	0,16	0,11	0,10	0,13	0,19	0,14	0,14	0,11	0,17	0,17	0,17	0,09	0,14	0,30	0,47	1,00	0,32	0,13	0,12	0,20
SN_4^{G4}	0,15	0,17	0,10	0,12	0,12	0,14	0,16	0,10	0,18	0,13	0,13	0,17	0,12	0,15	0,14	0,16	0,13	0,14	0,20	0,18	0,12	0,26	0,25	0,31	1,00	0,26	0,21	0,17
SN_5	0,16	0,13	0,19	0,11	0,01	0,06	0,15	0,13	0,15	0,16	0,15	0,17	0,23	0,17	0,15	0,14	0,19	0,18	0,12	0,18	0,15	0,26	0,28	0,25	0,15	1,00	0,18	0,11
TG_1^{G2}	0,26	0,25	0,14	0,11	0,11	0,15	0,13	0,15	0,19	0,07	0,19	0,05	0,10	0,13	0,18	0,11	0,13	0,12	0,16	0,16	0,15	0,14	0,13	0,16	0,30	0,18	1,00	0,17
TG_2	0,18	0,18	0,17	0,20	0,17	0,08	0,13	0,13	0,16	0,19	0,13	0,09	0,16	0,17	0,17	0,09	0,08	0,12	0,19	0,11	0,18	0,31	0,21	0,29	0,40	0,29	0,09	1,00

Tableau A.2 : Matrice de dépendance de détresse (situation de décembre 2013)

	BN_1^{G1}	BN_2^{G2}	BN_3	BF_1^{G2}	BF_2	BF_3^{G1}	BF_4^{G3}	CI_1^{G3}	CI_2^{G2}	CI_3	CI_4	CI_5^{G5}	CI_6^{G4}	GB_1	ML_1	ML_2^{G2}	ML_3	ML_4^{G1}	NG_1^{G2}	NG_2^{G1}	NG_3	SN_1^{G5}	SN_2^{G3}	SN_3^{G2}	SN_4^{G4}	SN_5	TG_1^{G2}	TG_2
BN_1^{G1}	1,00	0,44	0,73	0,45	0,42	0,33	0,47	0,28	0,15	0,17	0,41	0,22	0,36	0,18	0,30	0,36	0,27	0,29	0,56	0,53	0,61	0,29	0,13	0,24	0,23	0,21	0,19	0,23
BN_2^{G2}	0,23	1,00	0,50	0,35	0,35	0,49	0,52	0,30	0,23	0,25	0,21	0,13	0,33	0,20	0,21	0,21	0,21	0,07	0,63	0,52	0,49	0,18	0,28	0,27	0,10	0,28	0,17	0,21
BN_3	0,42	0,16	1,00	0,33	0,51	0,69	0,51	0,33	0,12	0,35	0,29	0,17	0,20	0,16	0,28	0,23	0,27	0,19	0,48	0,63	0,56	0,34	0,30	0,19	0,16	0,37	0,11	0,15
BF_1^{G2}	0,34	0,27	0,24	1,00	0,24	0,22	0,32	0,06	0,24	0,24	0,16	0,21	0,26	0,19	0,34	0,25	0,20	0,27	0,57	0,29	0,51	0,09	0,17	0,17	0,15	0,12	0,13	0,11
BF_2	0,14	0,20	0,42	0,29	1,00	0,38	0,41	0,22	0,30	0,22	0,33	0,18	0,29	0,18	0,22	0,29	0,10	0,24	0,76	0,70	0,51	0,15	0,18	0,14	0,21	0,12	0,07	0,12
BF_3^{G1}	0,43	0,31	0,39	0,49	0,29	1,00	0,33	0,26	0,26	0,27	0,17	0,17	0,26	0,14	0,19	0,25	0,06	0,21	0,64	0,36	0,56	0,09	0,14	0,15	0,16	0,14	0,16	0,07
BF_4^{G3}	0,32	0,41	0,23	0,45	0,32	0,51	1,00	0,29	0,10	0,22	0,25	0,21	0,29	0,16	0,19	0,24	0,11	0,25	0,63	0,50	0,41	0,15	0,22	0,13	0,19	0,19	0,13	0,08
CI_1^{G3}	0,52	0,48	0,33	0,38	0,28	0,50	0,42	1,00	0,34	0,46	0,32	0,29	0,38	0,30	0,32	0,22	0,24	0,35	0,31	0,37	0,31	0,18	0,23	0,28	0,22	0,29	0,21	0,17
CI_2^{G2}	0,29	0,51	0,28	0,35	0,41	0,18	0,35	0,28	1,00	0,39	0,47	0,56	0,39	0,25	0,36	0,24	0,21	0,27	0,34	0,43	0,45	0,25	0,23	0,64	0,11	0,22	0,17	0,20
CI_3	0,37	0,32	0,33	0,39	0,27	0,56	0,34	0,50	0,63	1,00	0,40	0,28	0,41	0,33	0,43	0,31	0,20	0,20	0,43	0,17	0,63	0,24	0,38	0,62	0,31	0,16	0,07	0,30
CI_4	0,22	0,31	0,31	0,71	0,24	0,24	0,38	0,38	0,52	0,45	1,00	0,62	0,30	0,30	0,26	0,39	0,26	0,25	0,39	0,60	0,38	0,20	0,46	0,42	0,22	0,27	0,12	0,24
CI_5^{G5}	0,27	0,40	0,31	0,35	0,41	0,37	0,46	0,47	0,39	0,57	0,76	1,00	0,57	0,26	0,27	0,30	0,21	0,25	0,21	0,48	0,28	0,12	0,27	0,38	0,41	0,29	0,22	0,17
CI_6^{G4}	0,21	0,38	0,23	0,19	0,31	0,47	0,40	0,28	0,56	0,46	0,32	0,23	1,00	0,45	0,21	0,17	0,21	0,33	0,23	0,67	0,39	0,36	0,26	0,19	0,46	0,26	0,34	0,16
GB_1	0,08	0,09	0,06	0,11	0,08	0,08	0,08	0,06	0,09	0,19	0,13	0,10	0,15	1,00	0,07	0,06	0,06	0,06	0,10	0,11	0,06	0,20	0,14	0,11	0,11	0,12	0,10	0,12
ML_1	0,95	0,84	0,84	0,81	0,61	1,15	0,76	0,59	0,42	0,19	0,87	0,60	0,35	0,41	1,00	0,54	0,68	0,65	0,58	0,75	0,67	0,83	0,65	0,41	0,66	0,33	0,34	0,58
ML_2^{G2}	0,57	0,39	1,06	0,56	0,75	1,27	0,71	0,64	0,69	0,42	0,32	0,63	0,33	0,22	0,48	1,00	0,66	0,58	1,20	0,54	0,58	0,42	0,64	0,57	0,64	0,57	0,26	0,33
ML_3	0,76	0,80	0,45	1,22	0,16	0,73	0,54	0,70	0,70	0,51	0,55	0,50	0,47	0,26	0,92	0,52	1,00	0,49	0,25	0,36	0,73	0,50	0,53	0,56	0,29	0,17	0,33	0,27
ML_4^{G1}	0,57	0,66	1,16	0,80	0,78	0,29	0,86	0,26	0,58	0,35	0,32	0,52	0,44	0,35	0,69	0,41	0,56	1,00	0,85	0,75	0,62	0,43	0,40	0,52	0,49	0,51	0,40	0,18
NG_1^{G2}	0,23	0,17	0,32	0,27	0,38	0,22	0,35	0,09	0,17	0,09	0,20	0,18	0,21	0,13	0,15	0,11	0,10	0,13	1,00	0,30	0,25	0,12	0,15	0,11	0,14	0,15	0,06	0,09
NG_2^{G1}	0,29	0,17	0,23	0,18	0,31	0,18	0,20	0,08	0,13	0,18	0,17	0,08	0,18	0,08	0,09	0,09	0,11	0,07	0,22	1,00	0,17	0,09	0,12	0,09	0,14	0,09	0,11	0,08
NG_3	0,23	0,30	0,20	0,17	0,31	0,19	0,38	0,15	0,19	0,18	0,18	0,12	0,18	0,05	0,14	0,11	0,12	0,13	0,33	0,21	1,00	0,05	0,18	0,12	0,15	0,12	0,04	0,09
SN_1^{G5}	0,19	0,21	0,22	0,09	0,18	0,13	0,18	0,19	0,18	0,26	0,22	0,11	0,13	0,29	0,23	0,20	0,10	0,26	0,21	0,35	0,16	1,00	0,28	0,65	0,57	0,52	0,22	0,18
SN_2^{G3}	0,20	0,17	0,35	0,17	0,21	0,20	0,19	0,32	0,28	0,27	0,25	0,20	0,17	0,14	0,13	0,21	0,18	0,19	0,35	0,28	0,23	0,30	1,00	0,55	0,58	0,40	0,25	0,27
SN_3^{G2}	0,26	0,29	0,22	0,13	0,21	0,32	0,14	0,13	0,26	0,17	0,34	0,30	0,25	0,22	0,19	0,18	0,24	0,30	0,28	0,21	0,18	0,20	0,67	1,00	0,42	0,47	0,10	0,20
SN_4^{G4}	0,26	0,44	0,24	0,23	0,20	0,15	0,15	0,11	0,32	0,20	0,08	0,29	0,21	0,25	0,17	0,19	0,16	0,23	0,14	0,34	0,22	0,81	0,41	0,56	1,00	0,54	0,29	0,35
SN_5	0,20	0,27	0,35	0,17	0,14	0,18	0,14	0,25	0,21	0,23	0,12	0,40	0,33	0,35	0,23	0,20	0,23	0,17	0,07	0,29	0,24	0,44	0,39	0,56	0,16	1,00	0,25	0,21
TG_1^{G2}	0,33	0,34	0,35	0,33	0,19	0,28	0,23	0,31	0,28	0,19	0,26	0,25	0,33	0,36	0,13	0,22	0,25	0,18	0,23	0,25	0,16	0,43	0,28	0,20	0,26	0,49	1,00	0,41
TG_2	0,42	0,22	0,39	0,31	0,19	0,29	0,32	0,18	0,29	0,26	0,18	0,08	0,19	0,24	0,26	0,27	0,26	0,18	0,35	0,41	0,25	0,55	0,37	0,40	0,54	0,52	0,52	1,00



BCEAO
BANQUE CENTRALE DES ETATS
DE L'AFRIQUE DE L'OUEST

Avenue Abdoulaye Fadiga
BP 3108 - Dakar - Sénégal
www.bceao.int